

《數學大騷動》第六章—以闖關活動為起點

輔導團：臺北市國中數學輔導團

臺北市中崙高中 呂虹毅

壹、緣起

興趣是入門的嚮導，它能引領學生對事物進行探索與創造。一開始樂在閱讀科普書籍，應是源自洪萬生老師在心中所點燃的火苗。回顧以往，發現自己雖然喜歡閱讀，但大多集中於武俠、文學、休閒類，或為解決某些教學現場問題的專書，對於科普讀物大多是翻一翻某些感興趣的段落或篇章。這兩年陸續參加洪老師的研習，發現每次都有故事可聽，除了感到有趣之外，更好奇的是老師這些素材是從何處得來？為何以前我所看的都是統一版本，而老師卻能有 A、B、C 三種不同的版本，心中一直有這樣的疑惑。

這學期參加「數學普及讀物」的工作坊，指定閱讀的書籍頗多，細讀後，才開始慢慢品味其中的樂趣。由於老師上課會提到許多數學史相關的知識及趣聞，再者由於講故事的功力一流，娓娓道來，如同一本活字典，讓我覺得非常有趣，進而想好好看完這些書，這也讓我認真去思考：自己該如何燃起學生心中的那一點火花，開啟心靈的另一扇窗呢？

學生碰到閱讀的第一個問題，不外乎是太忙了、沒有時間、沒有興趣，因此，如何提高其閱讀意願，將是一大挑戰。黃敏晃教授說：「人間處處有數學」，數學概念應融於生活環境中去落實，而生活美感的體驗，亦發生於生活中。我想，如果能讓學生從生活中體會其價值及樂趣，應該是個不錯的出發點，於是我開始注意適合其程度的數學普及讀物，最後決定從「數學大騷動」一書出發。

一開始選定「數學大騷動」這本書做起點有幾個原因：1. 書本內容薄，看起來較無壓力、2. 版面編排看起來很舒服，色彩鮮豔但不複雜、3. 內容與國中生的學習內容有連結，又可適度做延伸，如質數、畢氏定理、數列…等，也與生活經驗相關，如騎腳踏車、體育、美術等，4. 內容分為八部分，各部份可獨立閱讀，亦可採導讀方式先述說故事概要再由學生閱讀、也可設闖關活動或實作課程由學生自行閱讀，從中找尋答案或提問，推廣性廣。

貳、教學活動實施

一、設計理念

為了培養學生數學閱讀能力，並可於實際活動中有機會分析和澄清困難，故打破課堂教學範疇，以協助其邁向獨立學習，引導方面採取的策略為：

(一)「以趣促讀」：即培養閱讀興趣；學生喜愛作活動，採取闖關方式。

(二)「以思促讀」：先選擇書中可實作的第六單元為出發，闖關中只給予任務，並給予破關的錦囊妙計，所有解法均可在書中找到答案，鼓勵學生找尋答案

時可以畫線、質疑、提問、回饋的方式學習。

(三)「以動促讀」：透過操作方式，從旁協助學生理解文字內容。

二、閱讀課程實施架構與歷程

本活動設計，主要是希望學生在闖關活動中，為了破關，能主動從書中找尋答案並學習數學概念。為達以趣旨讀，並減輕學生負擔，故先選取本書第六章作為導讀出發點，並採活動及討論方式進行。闖關內容包含六個關卡—(1)紙中有我(2)硬幣穿洞(3)繩子打結(4)雙人解繩(5)紙環奧秘(6)環環相扣，期待能以輕鬆有趣的方式讓學生樂在閱讀，進一步培養學生可以帶著走的能力。茲將各關卡的內容說明如下：

闖關內容	活動內容	材料及工具
(1) 紙中有我	讓自己從 A4 的紙張穿過去	每人一張 A4 紙張、剪刀
(2) 硬幣穿洞	將十元硬幣從一元硬幣大小的洞中穿過	名片紙，中央有一元的硬幣孔 每人自備一個十元硬幣
(3) 繩子打結	兩手握住繩子的兩端不放，然後將繩子一個結	每人一條繩子
(4) 雙人解繩	兩人一組，依圖中方式纏繞試著將兩條繩子分開，但是不能解開繩結，也不可切斷繩子	兩人兩條繩子
(5) 紙環奧秘	完成一個紙環，想辦法讓筆不離開此紙環（不可跨過紙環的邊緣），卻能在紙環的內側與外側同時畫線？ 如何將此環剪開，讓紙環的長度變為原來的兩倍且仍只有一個環？	每人一張長條紙張 剪刀 膠帶
(6) 環環相扣	完成一個如圖的紙環（紙環上面有個結）	每人一張長條紙、剪刀

三、閱讀教學實施之重點

(一) 閱讀前段：引起動機，藉由玩，引發學生閱讀興趣。(1). 學生準備：準備紙、筆、學習單及所需用具；(2). 教師進行教學：說明各活動內容、進行方式及工作任務，並鼓勵學生先行預測與聯想。

(二) 閱讀中：激發思考，幫助學生成為主動理解者與思考者。重點：教師給予各關卡內容提示（錦囊妙計），以活動為主軸，找出各活動的核心概念，以便進行教學與討論，破關方法與文本之連結如下：

闖關內容	破關秘訣提示	引導閱讀內容
(1) 紙中有我	錦囊妙計一	數學大騷動 p99~p101
(2) 硬幣穿洞	錦囊妙計二	數學大騷動 p102
(3) 繩子打結	錦囊妙計三	數學大騷動 p104
(4) 雙人解繩	錦囊妙計四	數學大騷動 p103~p105
(5) 紙環奧秘	錦囊妙計五	數學大騷動：p105~109
(6) 環環相扣	錦囊妙計六	數學大騷動 p110~111

此階段應用教學技巧有四：1. 交互教學技巧：師生互為夥伴，包括四個歷程即摘錄重點、自問自答、澄清疑慮與預測後果；2. 插入法：引導閱讀文本時，可插入：我認為困難的是…、我不理解的是…、我覺得重要的是…，藉此引導思考；3. 圖示策略：運用圖表組織概念，協助學生將重點鎖定在文本內容中，以監控自己的理解；4. 教導處理策略：藉此達到共同建構及解構文本意義、透過真實課程鼓勵學生做策略應用、常跟學生討論策略運用與文本的關係、建立閱讀動機。

(三) 閱讀後，穩固學習重點，策略如下：

(1) 重點歸納與摘要：活動結束後，引導學生做摘要筆記，並將文句改為自己可以理解的內容，對穩固學習有加強之效果。

(2) 提問或寫出感想：引導將學習內容與身邊事物產生連結，可應用幾個未完成句輔助學習：如

這個活動單元中我學會了_____或

我終於知道_____或

我覺得解這道問題所碰到的困難_____…？

(3) 將完成內容公開分享：透過寫的歷程，可加強概念的獲得與閱讀的成效(Mayer & Hegarty, 1996)，故活動結束後給予學生實作並發表的機會，瞭解是否真正理解題意，此部份可利用請你將文句內容用自己的話說出來或寫出來加以引導。

參、實施說明

一、實施對象與時間

對象：國七兩個班，各50分鐘

時間：本導讀課程實施兩節課，每節課各50分鐘

實施次數：本活動共實施兩節課，每節課50分鐘。第一次為闖關活動，學生為了破關而主動閱讀，第二次針對第一堂課所碰到的閱讀困難加以探討。

二、第一次實驗教學

(一) 實施概況

第一次實施時，學生對這次的活動反應評價甚高，高達95%認為此次的活動非常有趣，六個關卡中最獲得學生青睞的是依序如下：

1. 雙人解繩：原因是有趣、好笑、最難、可以讓我充分思考、培養默契、引人遐思、活動需要兩人一起玩，如果成功了，就會覺得很神奇。
2. 硬幣穿洞：原因是神奇、超乎想像(一般人不認為十元硬幣可以穿過一元硬幣孔)、簡單且最不需要複雜的動作。
3. 莫比烏斯環：很有趣、沒想到普通的紙也可以變成好玩的遊戲、不離開紙卻可以同時在紙環的外側與內側畫線
4. 紙中有我：很神奇，十分有趣，最後的解法覺得不可思議。

(二) 與「數學大騷動」進行連結：

當課程結束，學生反應此次活動非常有趣，此時立即「置入性行銷」，便說道：你們知道嗎，其實這麼有趣的活動內容，都是從數學大騷動這本書中找出來的，這本書的大概內容是說：

有一天教育局長下令取消數學課，因為他覺得數學沒什麼用。一時間，大家都開心得歡呼叫好，但是熱愛數學的山姆堅決反對，他要和教育局長公開辯論，爭取恢復數學課！在全校師生的見證之下，山姆逐一說明數學隱藏在生活中：運動中有數學、繪畫中有數學、音樂、自然和遊戲中都有數學—原來我們生活的樂趣和數學息息相關！儘管山姆的主張逐漸獲得大家的認同，頑固的教育局長還是堅持數學沒有必要。最後，一個意想不到的數學算式，改變了教育局長的決定……」

學生露出好奇讚嘆的眼神望著我，便問：「最後結果是什麼？」我的回答是：「都在書中，可以去看看喔！」當下，我認為這堂課相當成功，但從學習單中卻發現超過九成學生有個共同的遺憾即：「雙人解繩尚未挑戰成功，希望能有下一次的機會」。因此，下課後一直到辦公室找我尋求解決之道，筆者靈機一動，便設計第二節的課程，主要目的在瞭解學生在閱讀這段文章所面臨的困難為何，於是有了第二次的實驗課程。

三、第二次實驗教學

(一) 實施原因

繼第一次實驗教學激起其興趣後，學生已接觸過書中第六單元，有了初步概念，但對其中部分文字敘述不甚了解，以致於無法完全闖關成功，故想針對闖關上所碰到的閱讀困難進行了解。

(二) 選取內容

第二堂課選取的內容有二，其一為雙人解繩，其二為繩子打結，原因在於第一節課學生所碰到的最大困難在於雙人解繩，至於繩子打結碰到的問題則是：認為這個提示語不夠明確，多數同學成功因素是觀摩其他同學做法，或聽到老師與同學的對話才理解，於是便針對此二部分的內文進行討論。

(三) 教學主要目的與準備

此堂課主要是引導學生將閱讀上不懂的地方找出來，為了找出真正問題，而非只僅是反應看不懂敘述，故設計了一份學習單，以便逐步找出關鍵所在。而此堂課每位同學均有一條繩子可以操作。

肆、實施結果

一、對課程的感受

(一)、透過闖關活動引導閱讀，可引起閱讀「數學大騷動」一書的興趣

實驗的兩個班級中，A班75%認為此方式可引起閱讀興趣，B班則佔76%，認同此方式的原因歸納如下：

想知道如何解開謎題、想知道其他的故事和數學及其他相關的知識、想玩好玩的遊戲、想找答案變魔術、神奇有趣、吸引人、可以動腦、故事生動，主角很聰明、沒想到讀書也能當遊戲，透過玩樂學習、夠過思考和操作進行學習很棒、看懂後找出答案很有成就感、想要自己找出答案、可以去考別人，讓別人以為我很厲害、因為我喜歡看這種有趣的書，用這種方式讓我更想瞭解數學、以前是在讀算數學，現在這個活動是在玩數學、這樣讓我覺得這本書更有趣、我可以邊看邊做，不是一直看文字、可以表演給不知道的人看、透過文字讓這本書變有趣、想知道最後的解法、我對讀書沒興趣，但對如何

破關很有興趣、可以訓練機智、想知道後續的發展、很好奇這本書還有什麼好玩的遊戲或益智遊戲。

S2 也提及：「我好想看這本書內還有什麼好玩的遊戲，而且這本書我若不知道根本不想去看呢！真的很謝謝老師運用這次活動讓我們多看書，沒想到讀書也能當遊戲。」

至於少數不會引發其興趣的原因，大多為「沒趣、沒空閱讀、不想花腦筋、字太多了、想靠自己的能力去解、數學的書不太能提升興趣。」

(二)、體會數學與生活的連結

以往學生認為數學與生活最大的連結就是算錢，但透過這次的闖關活動，學生卻有不同的想法，也能說出一些名詞或術語，如解繩的技巧、拓樸學、傳送帶、卡帶、莫比烏斯環、幾何、碎形、拓樸、建築、容量、機械設計、體積、變魔術買東西、算房子的坪數等都與數學有關。而 S03 也提及：「今天課程就像學到數學魔術，十元穿洞遊戲，我們透過角度使十元硬幣穿過一元硬幣的洞中，而人從 A4 紙中穿進，聽起來像騙人，但運用幾何學的原理後就不費力氣可以辦到。」

二、繩子打結

(一) 學生在閱讀「繩子打結」產生的困難

關於「繩子打結」，書籍中的說明如下：「首先，把你的兩隻手臂抱胸交叉，有如打一個結。接著，兩手各握住繩子的兩端。然後再鬆開交叉的兩手。」

調查的結果發現，學生多是兩隻手臂抱胸交叉不懂意思或大多如同 S40：「打了半天，還是只能將結打在手上。」

(二) 學生的解法或習慣的敘述方式

S41：首先，把你的兩隻手臂抱胸交叉，**像生氣時抱胸的樣子交叉**。接著，兩手各握住繩子的兩端。然後再鬆開交叉的兩手。

S09：只需將繩子放在桌上，雙手抱胸交叉的去拿繩子，再將兩手鬆開，就能成功打結了

S35：一手在上，一手在下抱胸，拿繩子再打開

S07：雙手交叉拿繩子的兩端，再把手鬆開，就成一個結了

S28：把一隻手臂握住另一隻手臂，另一隻手臂在穿過手臂的洞，兩手各握繩子的兩端，然後再將兩手臂撐直。

S01：雙手抱胸，一手在上，一手在下，上面的手抓繩子的左端，下面的手抓繩子的右端，再把兩手鬆開，就有一個結了。

S26：一開始，先把你的兩隻手臂抱胸交叉（不必拿繩子），兩手各握住繩子的兩端。然後再鬆開交叉的兩手。

S15：首先，繩子放桌上，把你的雙手抱胸交叉一上一下，抓住繩子兩端再轉回來。

S29：雙手交叉抱，一手在上，一手在下，用上手抓一端，下手抓另一端，用力拉，再將套在手腕上的結取出，再拉一下就打結了。

(三) 學生的心得

S09：原來打結是這麼有學問

S02：我發現將兩手交叉於胸就等於打結，之後握住繩子臂抱就能打結，就好像把手上的結變到繩子上去一樣（圖解）

S14：這句話其實只是交換了手握的方向及上下，就是要雙手交叉一上一下像打一個結，再各抓住繩子，把手鬆開就好了。

S10：我發現兩手抱胸交叉有兩種，若改為兩手上下抱胸交叉打結不動，再分別

抓住繩子兩端，再把手鬆開即可。

S16：只要一手在上，一手在下就可以了，不一定要抱胸。(圖解)

三、雙人解繩

(一) 學生在閱讀「雙人解繩」產生的困難

關於「雙人解繩」，書籍中的說明如下：「雷克先生，你只要拿繩子的中段，往諾頓小姐右手腕的套索下面推出去，對，就像這樣，讓套索繞過她的手，然後再把繩索拉回來，你就脫身了。」

結果發現，學生產生的問題大致如下：

S03：書中寫右手腕的套索下面推出去，但不知右手怎麼推出去，也不知繩索要從哪裡推出去。

S15、S42：不知推出去是什麼意思

S04：不知什麼是繩子的中段

S26：照指令作，但一直失敗

S08：不知如何讓套索繞過她的手

S09：繩索要推出去，但找不到哪一邊是出，那一邊是入

S28：看不懂提示語在說什麼

(二) 學生的解法或習慣的敘述方式

由於從第一次的實驗課程中發現學生無法從字面上瞭解其意，而目前許多學生對圖的接受度高，於是安排兩種解法讓他們比較，其一為書上的內文首先，其二如下：「你得用右手拿著綁住自己那條繩子的中間部分塞過對方右手腕那個繩套的空隙，然後再以左手將已塞過的部份拉出約 20 公分(如圖二)，並將這 20 公分的繩圈，套過對方的右手腕(如圖三)。最後，你只要用左右手將繩子一撐直，繩子就自然脫困而出了。」實驗結果，多數學生確實較能接受第二種。其成功解法如下：

S09：只要將對方中段的套索放入自己右手套索的下方穿過，再套入自己的右手，再左右拉一拉，就解出來了。

S01：把對方的繩子從自己右手繩套的空隙由下往上拉出一個圈，再把圈套在自己的右手，對方一拉，就解出來了。

S41：用右手拿著自己繩子的中間，塞過對方內側的空隙，再套入對方的右手，最後再把繩子鬆開。

S32：「雷克先生，你只要拿繩子的中段，往諾頓小姐右手腕的套索下面(靠近自己的地方)推出去

S15：抓住中段，用他人右手的繩子傳到自己的右手，再套進手裡，拉一拉他人的右手就完成了

S26：一開始，你先用右手拿著綁住自己的繩子的中間部分塞過對方右手的空隙，再套過對方的右手，兩手向自己的方向拉就好。」

S11：拿自己的繩子的中間穿入對方右手的空隙，拉對方的那條繩子就好了。

S10：(補圖)

S28：將右手綁住自己那條繩子的中間部分塞過對方右手腕繩套的空隙，套過對方右手腕，再將左右手將繩子撐直。

(三) 學生的心得

S09、S37：看了圖片和敘述，這樣的敘述較易瞭解，又有圖片說明，才能成功

S41：有圖解的提示較好，讓我們知道要拿哪一條繩子。

S40、S29：有圖較好理解(補圖解法)

伍、教學省思與改進

本活動的實施，可知在教學時，教師若能使用學生的語言溝通，則更能提升其效果，至於圖形與文字間的連結關係，亦是促進閱讀理解的重要關鍵。教師施行此活動時可彈性調整，未必所有闖關活動均全部完成，可針對時間或較有興趣之部份加以實施即可。

孩子離開教室後，如能保留一份深刻珍惜且感受的記憶，這樣的課程對學生的影響力將是不朽的。從此次課程可以發現若要學生感受深刻，那麼數學閱讀不應只是用眼流覽而已，更應讓手、眼、口、腦協同參與。

閱讀動口可讓學生對數學數學概念、公式、定律等知識反復咀嚼，準確理解。閱讀動手，可將學生將讀寫結合，手腦並用，促使學生積極思考，並標示重點或動筆圈畫，以促進其閱讀理解；亦可透過實際上操作，讓學生邊看內容，邊動手實踐，通過剪、拼、折、畫、觀察、比較、體驗，感悟進行深入理解。閱讀動腦，可指導學生根據教師設計的提示語或關鍵句進行思考題，尤其對理解困難處仔細斟酌，體會數學語言的內涵，進而形成自己的見解。

附件一

一、你最喜歡哪一個活動，為什麼？

二、透過闖關活動來找尋解答，以這種方式引導你閱讀書籍，是否能引起你的興趣？為什麼？

三、透過這次的闖關活動，你學到什麼（數學）？

四、你覺得數學在日常生活中有何相關的應用？

五、闖關後你是否還有任何疑問未解決呢？

六、透過這次活動，你是否想去看看數學大騷動這本書呢？為什麼？

附件二

【雙人解繩】

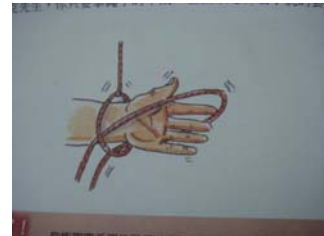
一、兩人一組，請依圖中雷克先生與諾頓小姐的方式纏繞。

試著將兩條繩子分開，但是不能解開繩結，也不可切斷繩子。
你們是否成功解開繩結了呢？寫出成功或失敗的原因。

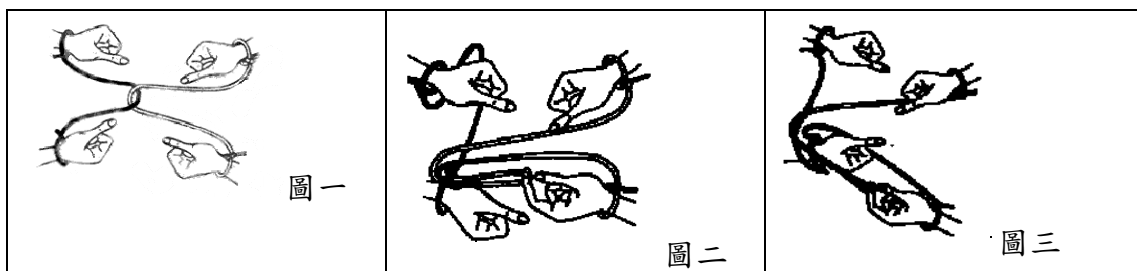


二、以下有一段提示語：「雷克先生，你只要拿繩子的中段，

往諾頓小姐右手腕的套索下麵推出去，對，就像這樣，讓套索繞過她的手，
然後再把繩索拉回來，你就脫身了。」看完這段話，
你們是否成功解開繩結了呢？寫出你們成功或失敗
的原因。



三、再看看這段話：「首先，你得用右手拿著綁住自己那條繩子的中間部分塞過對方右手腕那個繩套的空隙，然後再以左手將已塞過的部份拉出約 20 公分（如圖二），並將這 20 公分的繩圈，套過對方的右手腕（如圖三）。最後，你只要用左右手將繩子一撐直，繩子就自然脫困而出了。」看完這段話，你們是否成功解開繩結了呢？寫出成功或失敗的原因。並比較與上一種方法的說明，哪一種較易理解？為什麼？



四、現在老師示範一次給你們看。請你再試試看，寫出成功解繩的方法（可以畫圖方式、或修改提示語、或用自己的話寫出來）

【繩子打結】

一、你能兩手握住繩子的兩端不放，然後將繩子打一個結嗎？

試試看，寫出你成功或失敗的原因。

二、以下有一段提示語：「首先，把你的兩隻手臂抱胸交叉，有如打一個結。接著，兩手各握住繩子的兩端。然後再鬆開交叉的兩手。」

依照提示語完成這些動作，你發現什麼呢？

三、現在老師示範一次給同學看。請你再試試看，你是否成功了呢？

請將這句提示語：「首先，把你的兩隻手臂抱胸交叉，有如打一個結。接著，兩手各握住繩子的兩端。然後再鬆開交叉的兩手。」修改成你能成功完成任務的指令。