

北區國中「數學科普讀物之閱讀與應用」工作坊—作品 3

在新莊區數學資優營隊推動數學閱讀

輔導團：臺北縣國中數學輔導團

台北縣林口國中 李政憲

壹、緣起

本校（林口國中）今年（97年）有幸承辦新莊區數學資優營，並由本人擔任導師。除了表定的課程安排（如附件一）外，有鑑於口試時感覺同學對於數學的認識不夠，額外加派三項作業：讀書心得、網站報告及期末心得。為使自己能更深入了解數學科普書籍，並評析同學們的心得內容，在偶然得知師大將由洪萬生教授舉辦「數學科普閱讀與運用工作坊」後，遂自告奮勇向召集人壽福老師請示參加，在三個月以來透過書本文字洗禮及洪教授精闢的分析後，讓自己在數學科普書籍的閱讀與學生的指導上獲益良多。

貳、實施方式

由數資營經費支出購買三十餘本書籍，連同原本學校暨本人藏書共七十餘本（如附件二），於數資營每次上課前半小時（8:00-8:30）導師檢討作業時間暨課間休息時間，每次介紹一至兩本數學科普書籍，最後由學生自行挑選有興趣閱讀書籍，並於上課時間統一說明閱讀心得題目暨作答方式後，讓學生自行回家閱讀並完成閱讀心得。

參、實施時程

在第二次數資營上課（10月4日）說明要同學書寫閱讀心得原因暨公佈完成時程（十月底）後，於第四次數資營上課（10月25日）發放公佈題目，因考慮第一次段考將近，並延長完成期限至十一月上旬（11月8日）。所有閱讀及完成書寫過程皆於課後回家完成。

肆、題目來源

在參與了第一次的「數學科普閱讀與運用工作坊」，經洪教授介紹了《如何閱讀一本書》的內容後，心裏構思了一些題目。經回校整理、與系辦助教家銘討論後，最後經洪教授指導確認題目，並於實施後發現些許瑕疵（未加入「書名、

出版社及出版年月」，以及第五題出處的頁碼)，目前定稿題目如下：(閱讀心得原稿題目如附件三)

- 一. 你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？
- 二. 請敘述這本書的內容大綱。
- 三. 你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？
- 四. 你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？
- 五. 說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。
- 六. 你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？
- 七. 如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

伍、設計理念

茲就問題逐題分析設計理念如下：

- 一、你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？
 - 無論是主動或是半自動選擇了書籍，總是踏出了自己的第一步，也是日後有機會再閱讀其他書籍的主要原因。
 - 學生應針對書名或翻閱內容說明之所以選擇本書書寫心得的原因。
 - 而為了鼓勵學生於上課時認真學習，並促使將來願意持之以恆閱讀，全程參與課程並完成作業同學可任選所提供借閱書籍乙本。
- 二、請敘述這本書的內容大綱。
 - 並非只是按照章節抄寫內容，更要從不同的角度切入，探討書籍的實用性與不易直接發現的特點。
 - 期待學生從內容大綱的掌握，真正了解作者欲交代讀者的精神所在。
- 三、你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？
 - 與第二題最大的區別在於學生能就書中的內容，挑選適合自己吸收的內容、方法與概念，進一步應用於生活及學習上。
 - 學生與教師所得的結論不盡相同，小小的發現也能有大大的收穫。
 - 若學生無法掌握內容大綱或主題重點者，教師應就其觀點與學生作分享討論。
 - 數學科普書籍心得與一般文學書籍心得的差異性，在於欣賞的點有所不同

同；一般文學書籍只要理解文字內容、前後連貫即可；數學科普書籍除了理解文字內容外，還需具備相關數學知識，以解決或了解前後文的關連性；教師亦應適當就不易自行理解內容作說明。

四、你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

- 既然名為「數學科普書籍閱讀心得」，自然需闡述所學的內容及帶給自己的收穫。
- 此題與第三題的內容有些雷同，最主要是希望藉由學生書寫數學知識(名詞)的同時，能夠思考原來未曾考慮到的點與面。
- 第三、四題若學生答案能與已(正)學習的觀念作結合，教師應給予正面肯定。

五、說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

- 就個人觀點挑選最欣賞的文字，進一步更認識作者及數學。
- 可能是一種觀念、一個方法，甚至是一個發現，得以成為將來自我成長的基礎。
- 數學科普書籍與文學作品所選擇的佳句差異性，一個多半在於學習的方法與成長，另一個則比較傾向辭藻的優美與人生的歷練。

六、你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

- 這個題目在詢問前大概就可以知道答案不外乎「與同學討論」、「找老師詢問」、「翻書、上網找答案」等方式，最重要還要看看是不是真的能突破自己瓶頸，將原本不了解的內容作克服。
- 若真的無法克服，或許也可以將目前的想法寫下，待有能力時再回來作檢討了解，畢竟大多數學科普書籍仍有其能力限制，需建立在已學過的學問基礎下才易於閱讀。

七、如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

- 此處要求學生需說明推薦人的特性(年齡、職業、數學能力等)，以符合建議閱讀的章節。
- 此題的設計主要希望學以致用，並能夠推己及人，除了自己學會，更推薦給需要的人去了解。

陸、學生作答分析

經實施後，不少學生皆能按照規定，完成指定作業。然因能力不同、各有擅長，茲就回答狀況較佳，得以延伸分析或分享者加以說明：(為節省篇幅，原始回答已檢附於附件四)

一、你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？

1. 能以學過的內容作誘因，建立在興趣的基礎上，探討其進一步的方法與應用，該是許多同學選擇書籍的第一首選。

2. 書寫的方式也是學生在選擇書籍時，不可或缺的主要原因之一。一般而言，小說類型的書籍，較易吸引學生的興趣。
3. 此外，也有同學從日常生活的實用性與結合，決定選取的書籍，希望進一步了解相關內容。
4. 而考慮自己未曾思考過的問題，滿足個人的好奇心，則是這些資優生選取書籍時，可能與他人有所不同的差異之一。
5. 也有學生整本看完後，針對看過後的內容，最後再分析書本內容之所以吸引自己的地方。
6. 能把書本內容簡要地以自己的文字呈現，藉此說明之所以吸引自己的原因。

二、請敘述這本書的內容大綱。

1. 能按照書籍的編排方式，簡述內容的重點與問題解決方式。
2. 能敘述內容的編寫方式，闡述作者的強調重點，進一步說明與學習上的結合。
3. 除了主要的內容外，還能從頁面的安排上發現作者的用心。
4. 能以吸引人的說明方式，增加讀者願意翻閱的機率。
5. 或直接從內容與日常生活的結合，來看書籍的實用性。

三、你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

1. 藉由發現重點，能夠與所學及生活作結合，思考解決問題的方式。
2. 或藉由書中歸納的結論，作為自己在學習上的借鏡。
3. 能從重點中發現提昇自己能力的方式，並使學習變得有趣。
4. 能跳脫固有思考，便得以接受新的概念及不一樣的解題方式。
5. 甚至於偶然間的所得，也將是靈感發現的泉源。
6. 能發現隱含於書中的精神，比了解書中欲闡述的內容更為重要。

四、你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

1. 藉由書籍的說明與舉例，發現自己舊習慣的缺點與新方法的優點。
2. 新知識的了解與作學問的態度，將是改變自己舊觀念的主因。
3. 數學不單只是解題過程，更要建立在理解的前提下。
4. 能嚐試利用不同的方式解決問題，並進一步比較不同方式差別所在。
5. 能效法數學家求知的精神，從不同面向去考慮問題，並改變自己的學習方式。

五、說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

1. 規律的尋求，將是解題的關鍵。
2. 數學的分類與差異性
基本運算仍是高深學問的基礎
3. 知識的演進與日俱進，卻非一蹴可及。
要欣賞並感謝每一個新的認知。
4. 良好的學習態度，將是自己得以接近成功的關鍵。
5. 事物的了解與興趣常成正比，但也不該因噎廢食，有所偏廢。
6. 不畏艱難，有規畫地向目的走去，終將達到光明的彼岸。

六、你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

1. 新概念與所學的落差過大，將是學生進行閱讀時最大的障礙。
2. 與日常生活及所學有所關連的，則鼓勵想辦法去解決問題。
3. 解決方式亦有其先後順序，由自己思考所得到的收穫將是最珍貴的。
4. 跳脫先前固定的思維，將有助另類的解題思考模式。
5. 最好能自己提出問題，自己解決！

七、如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

1. 適合所有讀者閱讀的書籍，需先說明該書的特性及易於閱讀的章節。
2. 特殊的內容適合給特殊行業的人觀看，真正具備其實用性。
3. 班上的另類同學，或許也是自己考慮的對象之一。

4. 或是針對學習能力較為低落的人們作補強，期待能夠學以致用，利己利人。
5. 甚至是欠缺某種能力，需要特別加強的特定人群。
6. 也可能為了複習舊觀念，連結新知識所作的準備。
7. 如果是與自己切身相關的家人，那就更好了！！

柒、實施後收穫

1. 這是第一次嚐試要學生書寫數學科普書籍的閱讀心得。發現透過分享及引導所給與的書，通常比較容易引起共鳴，心得也較為理想；如：數字愛人、不只一點瘋狂、鸚鵡定理、從旅遊中學數學、數學好好玩——小時學會 22x22、數學樂園——從胚騰學好數學等書。其中於工作坊閱讀與分享的書籍即佔了大半；讓自己於研習中獲益的同時，也能裨益學生。
2. 部份學生的字出乎自己所預期的好，也看到了許多自己原本未曾注意的內容與考慮到的點，讓自己也從學生身上學到許多，正是所謂的「教學相長」。
3. 書寫的同學雖名為資優生，礙於完成時間不足、閱讀與書寫需回家完成關係，仍有些內容不盡理想，可想屆時回歸普通班推動，仍會有其限制與阻力。
4. 然而，就學生回饋與吸收知識的內容來看，相信其收穫仍是有目共睹；提昇學生素質同時，更可以增進教師的專業素養，引領學生進入數學殿堂。
5. 有鑑於此，目前提供《數學大騷動》及《博士熱愛的算式》兩書由學校教務處作全班性採買，希望結合國文閱讀課與趣味數學課程雙管齊下，期能使國一新生從另一角度去認識數學。

捌、待改進處

1. 引導時間不足，未能讓所有學生充份了解所要閱讀的書籍，也未能給予

學生自由時間閱讀及書寫，以臻盡善盡美。

2. 礙於時間限制，主要還是由教師閱讀後介紹，缺乏同學彼此推薦及心得分享的動作，將使得好的作品不易引起共鳴，值得閱讀的書籍不易被發掘。
3. 部份書籍（《博士熱愛的算式》）引導時間不佳，正好於考試前、諸多作業需要完成的時候介紹，無法引起學生閱讀興趣。
4. 部份結合課程書籍（伊斯蘭的幾何藝術、歡迎光臨！數學美術館、七巧板、九連環和華容道、用摺紙來學數學、魔術方塊破解秘笈等）未能及時讓學生作閱讀，失去了即知即學的立即效果，也是蠻可惜的地方。
5. 書寫完畢，未能提供理想範本討論、分析，同時缺乏足夠的時間給予所有的學生書寫第二篇心得，以改變其閱讀方式與想法，並比較實施前後學生的進步與成長。
6. 少數同學（約 1/3）雖寫了兩篇以上的心得，但也因缺乏成績的原動力，導致後續的心得未必有進步（也是缺乏引導及分享的原因之一）。

因此，在回歸課堂後，雖然在普通班的實施仍有其侷限性，不過，就課程的安排與連結，以及實施方式的調整來看，仍有其實施的可能性（詳見第玖點）。此外，下次再有資優營隊之實施時，有了此次的資料作為輔助，相信在指導下一屆的學生書寫時，將更能引領他們掌握書寫的方向，完成更加適當的心得。

玖、數學閱讀與課堂的結合

雖說此次閱讀心得於資優營隊實施，然而回歸一般課堂後，仍有些方法是可行的：

1. 由於多數學生對於小說型式的閱讀仍較感興趣，是以如《博士熱愛的算式》、《鸚鵡定理》、《數字的陷阱——解開 12 個數學的迷惑》、《10 分鐘愛上數學——義大利爺爺的趣味數學課》、《愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事》、《愛上幾何——義大利爺爺的生活實用數學課》、《與愛麗絲同遊奇妙的數學世界》、《數學小精靈》等書，將還是最受推崇的；而這也是拉近語文能力較好但數學能力較佳的學生，對於數學興趣提昇的最好方式。先用小說方式引領進數學的大門，再進一步討論其相關概念。

此外尚有漫畫型式書籍可供不易閱讀文字同學入門：《漫畫數學史》、《挑戰數學魔王 1~3》。

【註】：《愛上幾何——義大利爺爺的生活實用數學課》為《愛上數學》系列第三輯，目前尚未購買，預定上市日期為 98/1/9。

2. 在時間允許的前提下，可配合書籍作與課程相關的數學人物探討：如高斯、畢達哥拉斯、艾迪胥、費馬，或許透過教師適當的引導後，學生能一別從國中到高中（大學）只知道高斯一個數學家的窘境。
3. 部份主題式的書籍可以配合學習內容，透過專題研讀方式由學生共讀，也可影印其中一兩個章節先試探學生的反應，例如：《數學大騷動》、《數學年夜飯》、《生活的數學》、《數學偵探—40 件孩子最想破解的疑案》、《數字好好玩》：《132 個不可不知的數字之謎》、《神奇數學 117》等書，都可作為不錯的例子。
4. 另外配合所學的數學概念，可讓程度較佳的學生閱讀相關書籍作深入理解，如：無理數（《永無止境的數學故事》）、 π （《 π 的故事》）、畢氏定理（《畢達哥拉斯的禮物》）、黃金比例……。
5. 可配合與課間或寒暑假課程進度較不趕的前提下，利用遊戲方式，配合書籍寓遊戲於數學，並介紹其相關概念，如：魔方陣、拈、魔術方塊、七巧板、九連環和華容道、數獨……。
6. 有鑑於八年級下學期平面及立體幾何課程的加入，可於七年級暑假或八年級寒假時，交代學生完成作業動手作幾何，一方面增進其對幾何的感覺，另一方面也可以作為教室或學校的佈置道具，可配合的書籍有：沒有數字的數學、數學立體模型製作、用摺紙來學數學、歡迎光臨！數學美術館、伊斯蘭的幾何藝術等。從一筆畫、平面的摺紙到拼貼，立體的模型到四色問題，想必都能有效吸引學生興趣，享受從動手中學數學的樂趣。
7. 若是時間不夠充裕，也可利用口訣或速算，單純針對學生的計算能力提

昇，一方面暫時跳脫繁瑣的課本解題，另一方面也有實際運用的時機。

可以配合的書籍有：速算解題技巧、數學好好玩，一小時學會 22×22 。

8. 若學生的反應較佳，可實施的時程較長，不妨針對數學史作一部份或全盤性的了解，除了認識數學家，尚可了解其與眾不同處。可配合的書籍有：溫柔數學史、鸚鵡定理、當數學遇見文化等書籍。

綜而言之，在目前國中學生對於數學學習一片低迷的狀態下，相信數學科普書籍的加入，不啻是給前段想深入了解、中段要提昇能力、以及後段幾乎要放棄的學生，另一個重新認識數學的良好方式。要先改變自己，才能去改變別人；只要教師願意嘗試、用對方法，相信在指導學生的同時，必能同時提昇其興趣、增進自我的專業能力，進一步減輕課堂管理的負擔；如此一舉多得的好工具，大家又何樂而不為呢？

附件一：臺北縣九十七學年度第一學期區域性數學資賦優異教育方案

課程活動概述

主題	子題	課程、師資、時數			預期成效
		課程/活動內容說明	師資	時數	
實作中的數學——代數與幾何的美麗邂逅	一、 對對碰 (9/27)	①利用破冰遊戲—在一段時間內，學生按照老師的不同提示(放一段音樂)音樂停止時3人一組，分成數組，成員互相認識 ②按學習單的子題1、2做分組演練，並自己嘗試規定組內規則 ③介紹數學導論【mod】運用於解題中 ④介紹【拈】的來源及不同的解法【倒推法】 ⑤介紹【二進位】及【十進位】的相關性及實例 ⑥利用【獎勵】鼓勵學生，嘗試設計不同的遊戲	陳淑媛 張慶男 李政憲	4	1. 學生樂於在遊戲中學習數學 2. 學生由遊戲中增加因數與倍數的了解 3. 學生能將【高斯符號】應用於解題中 4. 學生能將【mod】應用於解題中 5. 了解【拈】的來源及不同的解法 6. 學生能嘗試自行設計遊戲並將所學應用
	二、 一元一次 方程式 (10/4)	四角長生數 ①學生從遊戲中發現數學計算的趣味與用途 ②學生嘗試對數字組合的某些變因做控制，企圖生成有效策略 ③學生由實際驗算偵測中去蕪存菁 ④學生在8或9歲的長生數中產生瓶頸 ⑤利用誘因(獎勵)鼓勵學生突破評頸 ⑥組織前面兩小時的心得，運用設未知數與解方程式進行研究	王樹文 余冠蓓 張慶男	4	1. 學生能樂於在計算中尋找更高明的數字組合 2. 學生會發現三種以上的策略 3. 學生能由偵測中增加系統知識 4. 會懷疑是否受老師愚弄 5. 會修正策略並且欣賞別人的成就，進而突破自己的極限 6. 學生能捉到訣竅運用一元一次方程式的概念生成更長生的數字組和

	<p>三、對稱排列還原法及置換法 (10/18)</p>	<p>序列置換法 ①利用撲克牌做方陣排列 ②學生練習自己偵測自己的方陣有否漏洞 ③學生修改不完美的方陣。 ④介紹完美方陣的對稱性。 ⑤帶領做紙牌(13張)序列的還原 ⑥介紹還原法複製序列 ⑦介紹置換法複製序列</p>	<p>王樹文 余冠蓓 葉麗珠</p>	<p>4</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 學生從排列方陣的活動中發現規律的存在 2. 學生會判斷一個方陣是否完美，並能指出不完美的方陣之錯誤 3. 學生能造出完美的方陣，並且將它拿走後仍然可以快速的複製成功 4. 學生學會利用一維排列的交叉擺置可以形成二維的完美方陣 5. 學生發現還原紙排序列操作上沒有想像中容易 6. 學生學會利用還原法與置換法來複製序列，並發現還原法與置換法的精神跟解方程式有關
	<p>四、統計圖表 (10/25)</p>	<ol style="list-style-type: none"> ①藉由報章雜誌或生活經驗讓同學討論發表，哪些是與統計有相關？ ②介紹平均數、離差與資料代表性的關係、優缺點及適用時機 ③針對某一情況，讓學生發表如何蒐集正確的資料，並將蒐集到的資料自行整理、分析地呈現出來，藉此介紹資料蒐集的方法及如何編製統計圖表 ④利用 Excel 製作統計圖表、平均數、離差的操作方法 	<p>葉麗珠 林曉雯 廖玉嫻</p>	<p>4</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能認識基本的統計學概念 2. 能知道各種平均數、離差的求法及其適用時機 3. 能了解常用的統計圖形及作法 4. 能熟悉 Excel 統計圖表平均數、離差的操作
	<p>五、商高定理 (11/1)</p>	<ol style="list-style-type: none"> ①利用折紙的方式，探討勾股弦與中垂線及角平分線的數量關係 ②商高定理證明面面觀 ③商高定理與方根的關係：藉由圍棋子擺實心方陣發現乘法公式原理在十分逼近法的妙用 ④引導學生發現直式開方法與乘法公式的關係 	<p>李政憲 廖國秀 余冠蓓</p>	<p>4</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能夠探討並說明勾股弦的長度關係 2. 了解商高定理的不同證明方式 3. 了解平方根的意義 4. 利用乘法公式輔助快速的作平方根之十分逼近值 5. 明白直式開方與乘法公式的關係

	<p>六、 平衡與進位 (11/8)</p>	<p>①瞭解 n 進位的意義。 ②能做不同進位間的轉換。 ③二進位的妙用。 ④如何用最少個數的砝碼秤出 1~40 克的物體。 ⑤如何用最少個數的砝碼秤出 1~100 克的物體。 ⑥如何用最少個數的砝碼秤出 1~n 克的物體。 ⑦如何利用最少秤量次數找出重量與眾不同的偽幣。</p>	<p>張慶男 葉麗珠 陳淑媛</p>	<p>4</p>	<p>1. 利用最少秤量次數，找出重量不一樣的硬幣 2. 利用最少個數砝碼，秤出整數 1~n 克質量 3. 瞭解 n 進位</p>
	<p>七、 代數學的應用 (11/15)</p>	<p>①介紹代數學在魔術方塊轉法上的呈現方式 ②使用數學魔術來解魔術方塊特定的情形 ③思考性解法：8355 轉法 ④介紹其他可以使用數學模式來解的情形</p>	<p>許技江 李政憲 張慶男</p>	<p>4</p>	<p>1. 瞭解以代號來描述魔術方塊的轉法，並發現交換律不成立 2. 瞭解正轉法與逆轉法的抵銷性質 3. 發現為特別目的而穿插轉法，以達成目標 4. 學會不需要背公式的 8355 轉法 5. 除了魔術方塊，發現還有其他數種可以利用此觀念解決的遊戲或情境</p>
	<p>八、 百變三明治 (11/22)</p>	<p>①認識、欣賞正方形與正立方體的「生活藝數」。 ②操作、體驗立方體的益智分割與趣味的結構呈現。 ③分析、解構錐體的體積公式。 ④藝數 Fun 手玩——百變三明治 <i>DIY</i> 親體驗。</p>	<p>彭良禎 陳素珍 廖國秀</p>	<p>4</p>	<p>1. 從平面到立體，認識正方形在二度空間的巧妙組合，以及正立方體在三度空間的夢幻結構，並透過 <i>DIY</i> 的創意操作，欣賞生活週遭的『藝數』之美，體驗看得到、摸得到的『藝數』之樂！ 2. 培養空間概念與立體思維的能力。 3. 啟發生活創造與數學欣賞的美感。</p>

<p>九、 藝數轉乾坤 (11/29)</p>	<p>①藉由遞迴規律的益智遊戲操作，認識數學解題的「降階」思維，並從最佳解的統計結果中，分析歸納出遊戲規則所隱藏的『規律』之美！ ②培養「降階」解題策略與數列分析歸納的能力與習慣。 ③破解並欣賞的九連環 <i>Puzzle</i> 規律之美。</p>	<p>彭良禎 陳素珍 李政憲</p>	<p>4</p>	<p>1. 數學為科學之母 2. 幾何學在日常生活中的應用 3. 科學研究中常用的數學方法</p>
<p>十、 GSP4 基本 幾何作圖及 以 GSP4 為 工具解數學 問題 (12/6)</p>	<p>①基本幾何作圖及幾何量的測量 ②漂亮的對稱圖形 ③畢氏定理的推廣：從正方形到正多邊形 ④最小距離問題的探討 ⑤碎形的探討</p>	<p>顏貽隆 李政憲 林曉雯</p>	<p>4</p>	<p>1. 會測量線段長、角度及面積 2. 會作垂直平分線 3. 會作角平分線 4. 會作扇形及弓形 5. 會將圖形複製，平移旋轉 6. 會作直角三角形及正多邊形 7. 會利用 GSP4 來解數學問題—最小距離 8. 會作動態畢氏樹 9. 會作正 n 邊形(可調 n 的大小)</p>
<p>十一、 幾何拼貼 藝術圖形 (12/20)</p>	<p>①七角板的實作與拼貼 ②多邊形的內外角和討論：藉由百力智慧片的實際操作，引導學生發現正多邊形的密鋪分類 ③利用 GSP 介紹圖形的平移、鏡射與旋轉 ④藉由 PowerPoint 的實際操作，由學生利用圖形的幾何性質作拼貼</p>	<p>李政憲 廖國秀 葉麗珠</p>	<p>4</p>	<p>1. 能了解密鋪拼貼的原理與數學的關係 2. 能利用 GSP 做圖形的平移、鏡射與旋轉，並進一步作拼貼 3. 能利用 PowerPoint 做密鋪拼貼的實作應用 4. 比較 GSP 與 PowerPoint 拼貼的差異</p>

	<p>十二、 生活中的 立體圖形 (12/27)</p>	<p>①認識柱體與錐體 ②學生實際操作，利用百力智慧片拼出柱體與錐體，並去觀察頂點、邊、面的數量及之間的關係。 ③學生實際操作，利用百力智慧片拼出柱體與錐體後再展開，去觀察展開圖。 ④藉由百力智慧片拼出正立方體後再展開，依不同的展開方式去探討正六面體的所有平面展開圖畫法。 ⑤利用透明正方體盒子內裝有色溶液，由學生實際操作轉動盒子去觀察液面的所有可能圖形。 ⑥引導學生思考正立方體的截面圖形和截法之間的關聯。</p>	<p>余冠蓓 廖玉嫻 李政憲</p>	<p>4</p>	<p>1. 能理解柱體與錐體的組合要素。 2. 能描述複合立體圖形構成要素(頂點、面、線)間的關係。(尤拉公式) 3. 能畫出立體圖形的展開圖。 4. 能畫出正方體的 11 種平面展開圖。 5. 能描述正立方體的截面可能出現的所有平面圖形。 6. 能了解正立方體的截面可能出現的圖形和不可能出現的圖形原因。</p>
	<p>十三、 排列 組合機率 (12/27)</p>	<p>①藉由活動讓學生找出 m 件不同事物的排列問題，並利用樹狀圖的乘法原理導出排列的公式。 ②藉由例子從 m 個不同事物中任選 n 個組成小群體，讓學生找出共有多少種選法，並解釋排列、組合分別是有順序性及無順序性的問題，透過排列的觀念引導出組合公式。 ③藉由實務操作及記錄介紹機率</p>	<p>葉麗珠 李政憲 陳素珍</p>	<p>4</p>	<p>1. 能利用樹狀結構列出所有可能結果，並與乘法原理結合，有能力處理生活中相關的問題。 2. 能理解如何利用乘法原理推出從 m 個不同物中取出 n 個排列的方法數。 3. 能了解簡單的排列、組合觀念及其之間的關係。 4. 能藉由日常生活中的經驗判斷事件發生的可能性。 5. 藉由實驗察覺當機會均等時，某事件發生的機率值。 6. 能求出簡單事件的機率。</p>

附件二、林口國中 97 數資營數學科普書籍清單

書名	出版社	價錢
1 數字的陷阱—解開 12 個數學的迷惑	時報	280
2 就算客人白吃白喝，也別請工讀生	圓神	290
3 永無止境的數學故事	益智工房	無
4 畢達哥拉斯	益智工房	無
5 破解數獨	高寶書版	120
6 漫畫數學史	益智工房	220
7 經典 60 數學題妙問答	如何	190
8 生活的數學	九章	240
9 原來數學這麼有趣	世茂	240
10 10 分鐘愛上數學——義大利爺爺的趣味數學課	如何	240
11 無所不在的數學現象—破解生活中的數字把戲	晨星	230
12 假如...? What 會怎樣?	三唐	240
13 有趣的數學魔方陣	專業	223
14 數字的陷阱	時報	280
15 神奇數學 117	天下	280
16 鸚鵡定理	究竟	310
17 費馬最後定理	時報	200
18 數學的故事與歷史	益智工房	200
19 數學小精靈	時報	250
20 數字謎工	高寶	220
21 非歐幾里德幾何的世界	經典人物館	200
22 愛上數學：悠遊數學世界的 20 個趣味故事	如何	210
23 數學年夜飯	心理	250
24 圖解代數	益智工房	200
25 速算解題技巧	大展	200
26 數學小魔女	天下	250
27 伊斯蘭的幾何藝術	左岸	350
28 博士熱愛的算式	麥田	240
29 不只一點瘋狂	先覺	240
30 歡迎光臨!數學美術館	益智工房	240
31 數學年夜飯	心理	250
32 給愛數學的你	正中	180
33 數學放輕鬆	世茂	260

34	耍心機，玩數學	究竟	240
35	數學的傳奇與遊戲	益智工房	180
36	幹嘛學數學？	天下	250
37	七巧板、九連環和準容道	科學	22 人民幣
38	用摺紙來學數學	益智工房	180
39	人間處處有數學	天下	220
40	別讓統計學騙了你	天下	240
41	從旅遊中學數學	天下	240
42	破解數獨	高寶	120
43	在遊戲中學數學	益智工房	180
44	數的暢想曲	益智工房	180
45	誰的頭上亮了燈泡	時報	260
46	大自然的數學遊戲	天下	220
47	數學得分高手	商周	250
48	數學好好玩，一小時學會 22×22	新自然主義	230
49	魔術方塊破解秘笈	高寶	149
50	女生來做數學	聯經	200
51	挑戰數學魔王 1	三采	280
52	挑戰數學魔王 2	三采	280
53	挑戰數學魔王 3	三采	280
54	數學偵探：40 件孩子最想破解的疑案	小天下	350
55	數學家族 1	九章	120
56	數學家族 2	九章	120
57	數學家族 3	九章	120
58	數學家族 4	九章	120
59	玩出數學力：4 ~ 14 歲親子遊戲書	世茂	200
60	數學大騷動：在意想不到的地方發現數學	究竟	280
61	生活中的趣味數學	豐閣	200
62	訓練思考能力的數學書	究竟	220
63	規律的尋求	心理	250
64	黃金比例	遠流	320
65	對人有助益的數學	大展	180
66	與愛麗絲同遊奇妙的數學世界	時報	220
67	數字好好玩：132 個不可不知的數字之謎	亞洲時文社	200
68	數字愛人：數學奇才保羅·艾狄胥的故事	台灣商務	300
69	數學訓練營	新視野	180

70	驚悚的數學	新視野	180
71	數學立體模型製作	九章	150
72	數學樂園－從胚騰學好數學	如何	400
73	沒有數字的數學	天下	360

附件三

97新莊區數學資優教育方案閱讀心得

姓名：_____ 座號：_____

書名：_____ 作者：_____ 出版社：_____ 出版年月：_____

一、 你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？

二、 請敘述這本書的內容大綱。

三、 你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

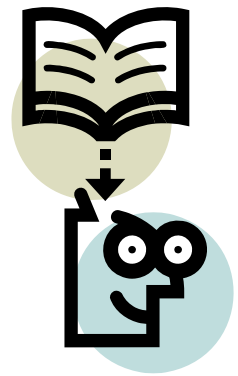
四、 你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

五、 說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

出處：第_____頁

六、 你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

七、 如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？



附件四：學生閱讀心得分析暨原始作答

一、你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？

1. 能以學過的內容作誘因，建立在興趣的基礎上，探討其進一步的方法與應用，該是許多同學選擇書籍的第一首選。

在數學課時，老師曾教導我們「一元一次方程式」及「二元一次方程式」等的代數方程式的解法。從那時開始，我就對 x 、 y 、 z 這些東西產生了興趣，我們可以將 x 、 y 不定元當作是森林中的一頭猛獸，而我們的任務就是利用各種手段，將 x 、 y 不定元給逼出來，這不是令人覺得興奮、很吸引人嗎？代數就是這樣，當解出或證明出某個算式時，是高興得無法形容。這也是我選擇了這本書的原因，一方面是出自於我對代數的熱愛，另一方面也是要曾強數學邏輯及推理能力。（蔡文傑，代數的威力）

2. 書寫的方式也是學生在選擇書籍時，不可或缺的主要原因之一。一般而言，小說類型的書籍，較易吸引學生的興趣。

(1). 它是一本很有趣，且內容豐富的書，並不是每一頁的內容都死死的，它是以故事呈現問題，將大家帶入那個情境，進而推論正確、有意義的解答。

(2). 這本書的內容是分成很多章節，並以故事的方式問問題，再以邏輯推論結果，若是沒分析出結果，它後面也有正確的解答。（李佳欣，趣味數學邏輯推理篇）

3. 此外，也有同學從日常生活的實用性與結合，決定選取的書籍，希望進一步了解相關內容。

一看到這個書名就讓我想起，新聞報導或廣告上都有類似這種標題：「經實驗證明，XX 牌的牙膏能有減少 23% 的蛀牙。」等等，這麼多的統計數字，我都不知道哪些可以相信，哪些則不能相信，自我借書的那個星期六，老師教的主題也是統計，所以我想藉由這本書更能了解什麼是統計。（張博翔，別讓統計數字騙了你）

4. 而考慮自己未曾思考過的問題，滿足個人的好奇心，則是這些資優生選取書籍時，可能與他人有所不同的差異之一。

我選擇的書書名是「愛上數學—悠遊數學世界的 20 個趣味故事」。一開始我被封面一個偌大的紅心所吸引，接著看到「愛上數學」四個大字，便不禁聯想該如何使那些一接觸數學就昏頭脹腦的人產生興趣，改變他們認為「數學枯燥乏味」

的觀感，突然，「愛上數學」四個大字下，一連串我平常就接觸到的數學規則所衍生的有趣問題映入眼簾，我不禁怔了一怔：「怪哉！怎麼平常我都沒有想過要解決那些疑問呢？」其中最令我感興趣的事：「為什麼 0 明明沒有卻又存在？」我為書上所列的 20 個問題及理論感到無比的好奇，尤其是當老師教我們該以何種方法運算或數學上有何種規則時，我竟不會過問原因，只是全盤接收那些知識，書中的目錄裡許多問題都是令我迫不及待想知道答案的，這是我挑選此書的主因。（徐薇茹，愛上數學-悠遊數學世界的 20 個趣味故事）

5. 也有學生整本看完後，針對看過後的內容，最後再分析書本內容之所以吸引自己的地方。

(1). 內容有趣、奇妙，可以了解一些生活密碼的確認 (①~⑥)，也可知道遊戲的小奧妙 (2①)

- ① 信用卡的確認碼 (p. 32)
- ② 爬梯子遊戲之秘密 (p. 24)
- ③ 蟬的生存策略 (p. 21)
- ④ 保齡球與三角數 (p. 16)
- ⑤ 99 bug 與基督教希臘標語 (p. 12)
- ⑥ 身分證認證碼 (p. 34)

(2). 無所不在的數學現象—破解生活中的數字把戲

① 數字、令人震驚的巧合 (p. 98) (陳育蘋，無所不在的數學現象—破解生活中的數字把戲)

6. 能把書本內容簡要地以自己的文字呈現，藉此說明之所以吸引自己的原因。

數百年前，一位偉大的數學家畢達哥拉斯發現了畢氏定理，開闢了數學史的視野。17 世紀，鬼才般的業餘數學家—費馬留下了一個潦草的筆記「直角三角形 ABC，當 n 大於或等於 3 時， A 的 n 次方 + B 的 n 次方不等於 C 的 n 次方」，數學的闊海滴下了一顆水珠，產生了漣漪，並帶起滔天巨浪，引起了 300 多年各數學家的思考挑戰，演出了代數、幾何、函數、級數各數學領域的交會，最終在 1995 年由二度挑戰的數學家懷爾斯畫下句點。費瑪定理，數學史上最偉大的史詩由焉而生！（黃咨博，費馬最後定理）

二、請敘述這本書的內容大綱。

1. 能按照書籍的編排方式，簡述內容的重點與問題解決方式。

此書如書名所敘述，內容以「規律的需求」為主，並進而找出題目的關鍵。先以簡單的圖形入手，再漸漸深入函數、幾何各方面。其中對問題的探討方式如下：

(1) 提出問題 → (2) 對照不同資料，整理數據 → (3) 解釋數據，分析內容，找出公式 → (4) 以類似題目代入，檢查是否正確，如不正確回到 (2) 或 (3) →

(5) 以更深入，及與前面主題類似的題目引人入勝。(黃咨博，規律的尋求)

2. 能敘述內容的編寫方式，闡述作者的強調重點，進一步說明與學習上的結合。

本書的寫作方式都是，第X章—知識放輕鬆—知識雞湯的概要下去編排。而且，本書作者也強調：不要死背≠不要背，而是形成了自然的記憶。更加強調，學數學可以很輕鬆，要了解，則不怕。內容有提到22x22乘法表的背法，以之前學的知識加以利用，再背些新的，即成為22x22乘法表。還有許多新定理，但皆是以遊戲的方式切入主題，我們不僅學得開心，老師也教的開心。(徐小珮，數學好好玩，一小時學會22*22)

3. 除了主要的內容外，還能從頁面的安排上發現作者的用心。

本書全都以一筆畫遊戲作為主軸，並延伸出其它問題。而在每一章節的背後皆有一位的介紹，如：歐拉圈……等。這本書，也都以日常生活中會遇到的例子來進一步的說明一筆畫遊戲。很棒的是，每出現一個問題都會附有解答，且很豐富，而且解答“不會在同一面”，可以降低大家想要“偷看”的心。(徐小珮，沒有數字的數學)

4. 能以吸引人的說明方式，增加讀者願意翻閱的機率。

主角羅伯是一個討厭數學的小男孩。有一天他在睡夢中遇見了數學小精靈。這個小精靈雖然有著魔鬼般的外表，但是他教起數學卻比魔鬼還酷！羅伯夢見小精靈的12個夜晚，小精靈帶他到各種地方並教他一些簡單的數學概念，讓羅伯對數學大大的改觀。(楊家懿，數學小精靈)

5. 或直接從內容與日常生活的結合，來看書籍的實用性。

很多人認為數學是教科書或考試等，是一個沒用的科目，而內容也不豐富，不像國文英文直接對生活有幫助；不像社會或理化具有趣味性；不像體育、藝術有助於身心發展，四處碰壁的人都討厭數學，所以數學老師、教授被視為超級天才或怪人，但是作者認為數學包括實用、訓練、邏輯、美、哲學，書中分析數學的特性，將重點擺在用具體例來提示大家數學的有用性。(林子傑，對人有助益的數學)

三、你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

1. 藉由發現重點，能夠與所學及生活作結合，思考解決問題的方式。

(1) 本書的重點是一、二章節為主，它在第一章便以簡單題目帶出規律尋求時

對數據等資料的使用，並對照不同組資料。第二章則提了一個重要觀念「問題簡化」，對於規律的尋找極有幫助，就如之前四角長生數曾將數字縮小，以便解題。

(2) 有，應用在生活：以找規律的方式對生活中問題提出方法。先觀察問題，整理出資料，再提出假設去試。

應用在學習：在學習的過程中，我們可以以找規律的方式，將較重要的重點找出，並對重點進行了解後，去解釋題目，進而求出答案。(黃咨博，規律的尋求)

2. 或藉由書中歸納的結論，作為自己在學習上的借鏡。

書中教人反覆學習，我覺得這句書彷彿告訴大家要不斷努力學習，不管是否了解，不管是難易度，多嘗試來累積更多知識，化解更多難題，即使是不了解的，也是可以尋求老師的見解，向更多人學習更多新知，吸收並消化，想像並創造，為更多人製造更多學習契機。(陳育蘋，數學的『急診室』)

3. 能從重點中發現提昇自己能力的方式，並使學習變得有趣。

我覺得書的重點章節是第二章「數形迪士尼樂園—胚騰 (Pattern) 與規律」，其中引領讀者了解並學習胚騰，更強調學習並了解它是數學的主要目的。從解書中的習題的過程中，於不知不覺的情形下提升了觀察力。我們可以將這種觀察力應用於其他方面，使數學能力的提升也帶動其他能力，間接有效提升各方面之敏銳觀察力，讓學習變的輕鬆有趣。(徐薇茹，數學樂園—從胚騰學好數學)

4. 能跳脫固有思考，便得以接受新的概念及不一樣的解題方式。

有關「尺規作圖 & 黃金比例」，我覺得，尺規作圖讓我跳脫了一種死板的思考，從抓著量角器和直尺拚命的算到使用圓規及直尺漂亮的繪出圖形，似乎也影射著日常生活中的事務，有些「代誌」若能改變對其固有的思考，是很有可能找到更加輕鬆有趣的作法的，如同玩黏土用尺想做長方體，何必拚命的又測又量又搓又壓的呢？拿著尺輕鬆容易的切開它吧！（趙守豐，耍心機，玩數學）

5. 甚至於偶然間的所得，也將是靈感發現的泉源

例如第一百一十四頁便描述了一位因無意間發現而成名的數學家—笛卡兒。由於健康不佳，笛卡兒便常常臥並在床，有一次，有一隻蒼蠅在床上飛來飛去，他便開始思考如何用數學表示蒼蠅的動向呢？因此「座標」便這樣誕生了！而他的故事也告訴我，留心自己生活週遭的事，有時候一個靈機一動，便可能成為一個大發現。(黃唯展，在遊戲中學數學)

6. 能發現隱含於書中的精神，比了解書中欲闡述的內容更為重要。

第一章及最後一章，交代了費瑪最後定理的開始以及結束，並將最重要的論點總結於最後一章交代。並檢討過失和推翻一些論點，將是建乾乾淨淨的總結。

有，我覺得此書寫的是“精神”而非“定理”，我們在生活上也該應用像解定理的學者們的精神，鍥而不捨，不放過任何一個機會，或是將自己的畢生心血傾注於創造另一個高峰。懷爾斯經過了近 10 年的努力，才完美證明了定理。我們在生活上、做事情亦該如此，對自己的目標堅持，對自己的機會把握，對前途的艱困面對，對道路的崎嶇致敬。學習也是，部位懸梁刺股、臥薪嚐膽之苦，盡力學習，把握機會，我們的費瑪定理證明必會來到。（黃咨博，費馬最後定理）

四、你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

1. 藉由書籍的說明與舉例，發現自己舊習慣的缺點與新方法的優點。

(1) 規律的尋求：以現有資料找出數據，並提出可用數據分析，找出關鍵，或先簡化問題再解題。

(2) 是，之前我總是死盯著題目解，殊不知解題之鑰乃是隱藏於資料中，需再提出數據解釋才能發現，而簡化問題的使用我也不太熟悉，以致解題不順，其實「思維」在經過精簡、提煉，是可以成為解題的利器的，畢竟解結的方式並非蠻拉，而是找出兩端交錯位置方能成功呀！（黃咨博，規律的尋求）

2. 新知識的了解與作學問的態度，將是改變自己舊觀念的主因。

書中讓我得到許多知識：數學的發祥處、十進位法發現的起源、零的概念及意義、先乘除後加減的原因、分母等於 0 的計算、二進位法的應用、黃金比例的切割、機率的概敘、圓周率和圓面積等有趣的問題。

本書讓我對數學產生更多興致及迫切渴求答案的慾望，也讓我看見學數學應抱持如菲洛班追根究底的「打破沙鍋問到底」，從書中祖父恰當的生動比喻讓我發現數學並不是乏味的，它也能是最輕鬆有趣的學科。（徐薇茹，愛上數學-悠遊數學世界的 20 個趣味故事）

3. 數學不單只是解題過程，更要建立在理解的前提下。

(1) 誤差率

(2) 取得知識的方法 ① 問專家 ② 查資料 ③ 做研究

(3) 解題技巧 ① 多種角度思考→② 捨去舊有知識→③ 了解問題→擬定計畫→實行計畫→回顧問題。

這些知識讓我了解到了數學不是只求計算，更是要學會理解，讓我破除了對數學的刻板印象，使我想要對數學有更多的了解。（陳彥儒，神奇數學 117）

4. 能嚐試利用不同的方式解決問題，並進一步比較不同方式差別所在。

在「波斯國王的難題」中，國王出了一道題目，公開請大家來解；結果有三個人解出來，但三個人的想法都不相同，第一個人是利用算數來推出答案，第二個人則是用 x 來代表答案，第三個人的方法最高明，是將題目推出一個公式，再代入數字來求出。由此可知解決問題的方法有很多種。（蔡文傑，代數的威力）

5. 能效法數學家求知的精神，從不同面向去考慮問題，並改變自己的學習方式。

內容大多是數學家從生活中、歷史中、藝術中研究出數學原理，並從中尋求數學的奇妙之處，有著濃郁的數學家精神，所謂的科學家精神，我想可能就奮力地研究吧！這種精神值得我們學習、效法，不僅可以發掘數學的秘密，也可以更了解數學之變化。（陳育蘋，無所不在的數學現象—破解生活中的數字把戲）

五、說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

1. 規律的尋求，將是解題的關鍵。

「找出題目中材料的規律，是所有解題的關鍵——找到規律，問題方能迎刃而解；找不到規律，就束手無策。」此段話單刀直入的道出「規律」的重要。如不知尋求規律，硬要去解，常常是徒勞無功。而找到規律了，一個公式，解遍天下。像之前的 NIM，我們以不斷的嘗試作為對照，並提出不同的數據，再加以數據提出假設去試試看，才成功解出，否則隨手亂取，很容易敗亡。（黃咨博，規律的尋求）

2. 數學的分類與差異性

基本運算仍是高深學問的基礎：「如果對算數厭倦，就來試幾何吧！」因為課堂上一直在計算，所以這句話讓我有選擇玩不用算的數學。”即使是最簡單的數學有時也會是致勝的關鍵”現在回想以前小學在算加減，感覺很簡單，但那是最重要的。（方昱文，驚悚的數學）

3. 知識的演進與日俱進，卻非一蹴可及。

要欣賞並感謝每一個新的認知。「不過有一天，終於有人想到一個用來表示什麼都沒有的『空』的記號，寫下了一個小小的點，之後又經過數十年，這個點逐漸變大，而成了現在的 0。……等到了中世紀，有一位住在義大利比薩，名叫費波那契(Leonardo Fibonacci)的人，他寫了一本書，在歐洲推廣新的計算法……」這段讓我大為驚訝的原因是：一個表示沒有數量的符號——0，得經過前人累積的眾多經歷才能逐漸從腦海中成形，又得經許多時間的思考才能將想法付諸實行，最後在經由各種管道來散播這項生活中的專有方便助益的知識、新發明，如今才有我們所學的完整的演算法。真是「前人種樹，後人乘涼」的最佳寫照，以

後我使用這項偉大的發明時，也要飲水思源，感謝古人！（徐薇茹，愛上數學—悠遊數學世界的 20 個趣味故事）

4. 良好的學習態度，將是自己得以接近成功的關鍵。

「有疑問想立刻弄清楚解決方法固然是很積極求知態度，但是每次都要別人給你解釋，則是做學問最懶惰的習慣。」原為讀書應該要自己想辦法，如真的不懂，那才去問老師，那才是真正的學習態度。（陳彥儒，神奇數學 117）

5. 事物的了解與興趣常成正比，但也不該因噎廢食，有所偏廢。

「事物的知識與個人喜好是兩碼子事。有了知識的話，我們就擁有理解的能力，並且還可以根據知識發言。」我認為這句話滿有道理的，在我們對一事物僅有膚淺的了解時，我們是不可因個人喜好而對其產生排斥的，厭惡一個不願去進一步了解的事物是沒有道理的，就如同讀書一般，各種學科都應加以鑽研，擁有知識，才足以判斷！（趙守豐，10 分鐘愛上數學）

6. 觀察是解題的重要技巧，更勝過繁雜的計算與概念的列式。

「觀察不只是單純看，單純的看可能視而不見，觀察要何思維相維繫。需注意三點：一是有意識、有目標，總想發現點什麼吧？二是要有基礎、有必備的相關知識，否則難以看門到，只能外行看熱鬧，三是要有方法、有要領，要從特殊中想到一般，從平常中發現異常。……」這段話道盡了觀察的要訣，若無這三點，觀察就失去意義了。從中我學習到觀察事物的方法，也發現生活中許多事物是要靠洞察力來相輔相成才能完善，而數學原來不只有計算及列式，從觀察裡我們也能揣摩個大概，能幫助數學的解題，是種極為重要的技巧。（徐薇茹，數學樂園—從胚騰學好數學）

7. 不畏艱難，有規畫地向目的走去，終將達到光明的彼岸。

或許我該把我研究數學的經驗，比喻成進入一幢烏漆抹黑的屋子裡。你剛踏入時，只見一片黑暗，你跌跌撞撞，碰到了家具。漸漸地，你領略到家具的位置；而最後，你找到了開關而打開燈。忽然間，全室通明，你能清楚看到自己身在何處。然後你又進入另一個黑暗的房間……

這段話貼切了我們邁向成功的過程，就如學數學，一開始對於題目的解法一竅不通，累得滿頭大汗而無頭緒；漸漸地，能看出一些端倪，開始知道大概的方法；最後發現規律，將其解開，發現豁然開朗，答案赫然出現。接著再進入下一個題目……

我們在學習中，難免碰到瓶頸，這時候就是必須不斷探索。畏懼碰撞家具而坐以待斃者，一生永遠只能固守一片黑暗；不畏障礙眾多而深入探索者，最後的成

就總是一室的輝煌。家具等障礙物並非阻礙，而是一到試題中的解題關鍵，一個公式的線索。整合了公式，湊足了線索，開關所在就顯而易見，你就完成了一座高峰。房子的漆黑是我們的困惑及試題的艱澀，家具等障礙物是公式的線索，開關的發現則是這個暗室的明亮，也是下個暗室的邁入。人生的價值，不是你開成功幾個開關，而是探索過多少暗室。(黃咨博，費馬最後定理)

六、你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

1. 新概念與所學的落差過大，將是學生進行閱讀時最大的障礙。

本書用字淺顯明瞭易懂，但仍有一些理論令我難以理解：第二十章的碎形中的一段話「……理想的線條只是畫過平面上的一個線段，應該只有長度這個單一空間。可是，這種始終能維持凹凸不平形狀的碎形線，卻有一定程度的厚度。換句話說，雖然它們看起來是平的，但事實卻不是平的，而是具備縱與橫這兩度空間的線條！……」

這樣一個「似乎實非平」的理論讓我不求甚解。我可以上網查詢「碎形」的相關資料及單一或二度空間的轉換的相關資料，或仿效菲洛的精神，詢問數學老師。《徐薇茹，愛上數學-悠遊數學世界的 20 個趣味故事》

2. 與日常生活及所學有所關連的，則鼓勵想辦法去解決問題。

(第) 18 頁的「連結起來」，描述車軌的運作及其繪出的軌跡，這個部份真的可說是我在此書中碰到最大的瓶頸了，大概是想像力缺乏的緣故吧！我想我可以問問數學老師甚至物理老師，請他們為我解答一下唄！(趙守豐，耍心機，玩數學)

3. 解決方式亦有其先後順序，由自己思考所得到的收穫將是最珍貴的。

(1) 之前只聽過十進位法及二進位法，但是書中多了三進位法及七進位法，所以有點看不懂。一一先上網試試是否找的到，再進一步尋求老師的幫助。

(2) 而我們學到的平方根也尚未出現次方，書中有提到了立方根和五方根，雖然有些疑惑，但多看幾次就了解了。(徐小珮，數學好好玩，一小時學會 22×22)

4. 跳脫先前固定的思維，將有助另類的解題思考模式。

有些題目在計算方面會比較困難，但我通常會先去做其他的事情，再回去想，這樣可以使我不會一直用相同的方法算，而會去嘗試其他的方法。(劉定軒，經典數學 60 題妙問妙答)

5. 最好能自己提出問題，自己解決！

「零的證明」：Let $a=b$, $a^2=b^2$, $a^2-b^2=ab-b^2$, $(a+b)(a-b)=b(a-b)$, $a+b=b$, $a=0$, 任意數都等於零。

我花了三十分鐘才想到 $(a+b)(a-b)=b(a-b)$ 不能通通除 $(a-b)$ ，因為 $a-b$ 等於零啊！（連子維，數字的陷阱—解開 12 個數學的迷惑）

七如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

1. 適合所有讀者閱讀的書籍，需先說明該書的特性及易於閱讀的章節。

如果有機會，我會推薦班上、學校裡、全台灣，甚至全世界的學生看這本書，尤其是一看見數字就昏昏欲睡，把數學當作入夢良方的人。藉這本書的 20 個故事，我發現數學存在於生活處處細微的地方，其實它與每個人都息息相關。若要選擇開始看的章節，我會建議從章節三「零——明明沒有卻又存在的數？零的概念」及章節四「為什麼要先乘除後加減？計算的規則」，因為這二個問題最能吸引我的目光聚焦，最令我想一探究竟，深入了解，或許其他人也能由此引發對數學的好奇及興趣。（徐薇茹，愛上數學—悠遊數學世界的 20 個趣味故事）

2. 特殊的內容適合給特殊行業的人觀看，真正具備其實用性。

有關大賣場老闆

(1) 思考 198 圓、4:55 分的心理：可以使顧客的購買慾望增加，多賺錢。

(2) 「找錢詐騙」的計算陷阱：不會被一些壞心的顧客用壺算而被騙錢。

(3) 廣告是用電話號碼的諧音：利用一些數字諧音來訂商品價格或特價日期，也可以打廣告，來增加銷售率。（林子傑，對人有助益的數學）

3. 班上的另類同學，或許也是自己考慮的對象之一。

我們班上的彭擁明吧！他這個人吼！不怎麼上進，國文注釋不好好背，英文單字也亂七八糟，奇怪的是，他很愛動腦，對數字很敏感（像王樹文老師說的「怪人一個」），我大概會建議他看 3-12 頁的「尺規作圖」、23 頁的「杜奈德的被單」、24-25 頁的「崎嶇型算數」、33 頁的「施萊格爾的捷徑」、63 頁的「遊樂場」，這些題目都具備一定的難度以及會讓人大叫：「喔！是這樣喔！」的神奇解答，它們一定會勾起一個人對數學的興趣及更進一步去了解的欲望！（趙守豐，耍心機，玩數學）

4. 或是針對學習能力較為低落的人們作補強，期待能夠學以致用，利己利人。

我會推薦那些對數學較不在行或對數學較沒興趣的人，讓她們可以再數學遊戲中，慢慢進步或慢慢的培養對數學的興趣。而我會建議他們從前面開始看，因為

前面的章節不僅較簡單，且趣味性較高，比較容易對數學產生興趣。(黃唯展，在遊戲中學數學)

5. 甚至是欠缺某種能力，需要特別加強的特定人群。

(1) 對於題目的關鍵無法掌握，且無法將所持有資料利用的人。

(2) 從頭，解題應從觀念開始培養，而自己領會的觀念更是容易得心應手。從頭看起，第一、二張有祝於整理思維，提出關鍵，並確立「觀念」。(黃咨博，規律的尋求)

6. 也可能為了複習舊觀念，連結新知識所作的準備。

(1) 國小高年級的同學，因為要先讓他們再找回對數學的興趣，如此一來，上國中的數學即可考得很好，且有心去算它。

(2) 無所事事的人，因為可以讓他們再度接觸數學，且有足夠的時間思考，(數學就該常動腦思考)，搞不好……可以找到一些更有趣的玩意兒。(徐小珮，沒有數字的數學)

7. 如果是與自己切身相關的家人，那就更好了！！

我家老爸。他的經歷可豐富了，足跡可說遍步全球，若他能在出差時多留意身旁的趣事，相信一定會有很棒的收穫！而我則建議他由 PART II 的「時間與空間」開始看，畢竟這章的內容，和出國絕對脫不了關係的！」(趙守豐，從旅遊學數學)

附件五：學生閱讀心得-不只一點瘋狂

97新莊區數學資優教育方案閱讀心得 姓名：黃咨博 座號：26

書名：不只一點瘋狂 出版社：先覺出版社 出版年月：1999/10

成績：A，備註：紅字括號加底線表示可能有所訛誤，藍字粗斜體加底線表示書寫較佳處，綠字粗體表示老師評論及加註。

八、 你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？

此書書名「不只一點瘋狂」其實涵蓋了不少數學家的特質，任何一個數學家想要提出新觀念，常常被人譏笑為瘋子，因為他的想法「怪異」；當他成功了，他證明了，大多數人又尊稱他為「天才」，所以有人說「天才其實就是瘋子」，天才和瘋子其實都是創造、發現新事物的人。所以我認為此書講的應該是一位發現新理論或顛覆傳統觀念的人物。於是我有了興趣，我想知道它是誰，有什麼嶄新的觀念出現於此書。再細看後面簡介的主角——艾狄胥，似乎就是之前介紹畢氏定理時老師所提到「知道 37 種證明」的人，這使我更加有意願去探討此書！

或許「天才」與「瘋子」常只在一線之隔，而我們目前要做的便是了解他瘋狂的想法，如何在天才的腦袋中加以發揮。而這本書是艾狄胥的簡單介紹版，若你想更深入去了解他，不妨再看看另一本有關他的傳記：「數字愛人」，比較一下兩者的差異何在。其實艾狄胥的想法在瘋狂下是使人感到很驚奇的，即使是一個簡單的問題，他都能探討出更多觀念！

九、 請敘述這本書的內容大綱。

此書介紹保羅·艾狄胥，一位堪稱 20 世紀最偉大、最瘋狂的數學家生平。從幼年時期的天才、創意，到青年證明多項難題，再遠離他鄉，進入數學的最高研究機構，接著離開，接觸集合……等等事蹟，書中常常有嶄新、不同於我們以往觀念的想法、證明出現，使人眼界一亮。

總覺得艾狄胥這個人是因為需要而存在，不受羈絆而得以創新，似乎永遠有用不完的精力、想不盡的點子。而他熱情洋溢、樂善好施、不與人爭的良好性格，也奠定了他在數學界上為人所推崇的最佳數學家典範。只是他生活能力近乎白癡的表現，無怪乎也不不少人對他望之卻步，這也導致不甘寂寞的他註定獨自終老一生的結果。（不過，想想他總有數學與他作伴！）

十、 你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

此書的重點應是第 4 章「快樂結局的問題」，此章節提出了「點」與「線」相連成「面」的關係，是十分新穎的課題。另外還有將參與宴會者的關係換為「點」、「線」的問題。此章大量使用了點與線，應用他們使題目更明瞭。其手法十分奇

妙，亦稱瘋狂。就如此書書名「不只一點瘋狂」一般，十分新穎。此章有個很重要的方法：把原本應與圖形無關的問題轉成圖形。此法可用於數學解題中把之間關連或規律找出，並以不同方式連結，或許可發現各數據的特點，甚至是找出不同的組合。

八下各位將進入國中的幾何課程，屆時將會有幾何與代數密不可分的連結，透過兩者的互換，有時可以從原本難懂的知識跳脫出來，用另一種更容易理解的方式陳述。八上各位學過的乘法公式及商高定理即可見一斑。仔細一想乘法公式換成圖型(形)的解釋的確也是如此，我也曾獨立想出此方式，當時的欣喜就如艾狄胥發現負數般！

十一、你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

此書有不少嶄新的觀念，其中最令我印象深刻的是「反證法」，先假定是錯的在一步步依據邏輯去推理，最後產生矛盾，即可證明。此種證明方法十分特殊，從反面去推理，直接推翻錯誤假設。以往所學的都是從規律、圖形去找證明，也一直認為數論的證明即是數字間的規律，幾何的證明即是圖形。現在才知道還可以如此。大大改變了我的想法！

簡單的命題未必會有容易的證明，有時候一個念頭的產生與深究可以激起更多的漣漪。凡事換個角度想，有時你會發現，放開雙手反而能擁抱世界！若對於證明相關命題有興趣的話，不妨看看「妙不可言的數學證明」一書，說不定也能給你另外一番不一樣的感受。

十二、說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

出處：第 44 頁

「一個好的證明不僅能使真理確鑿，同時一針見血，能夠啟發心靈。」
一個證明，除了要完美而無破綻的證明命題或猜想，還要有簡潔、易瞭的特點。
以前我曾經做過一些證明，但是無法化為更精準的算式或文字而失敗。曾有人說過「證明若沒有美感則不算證明」，證明的美感來自於簡潔、有規律性或邏輯可循。所以一個好的證明總是令人感覺到心曠神怡，而且令人感覺到能直達問題核心，掌握問題要點。所以，時至今日，歐幾里得的第五公理仍然有人想要對之修改，懷爾斯對「費瑪最後定理」的證明將來必有更「優雅」的方式表現！

誠如「博士熱愛的算式」一書中，博士曾經說過的：「完美的證明應該堅固又柔美。」即使懷爾斯對於「費瑪最後定理」已經作了完整的證明，相信仍會許多人不會因此而死心，願意再花時間去鑽研費瑪所謂「我發現了一個非常漂亮的證明，但這裡沒有足夠的空間可容納得下。」的證明方式，或許這也就是數學的可愛之處。

十三、你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

此書有不少應用反證法證明的定理，如質數是否為無限多。其中林林總總的代

數及邏輯容易令人眼花撩亂，或是有些邏輯無法了解。

部分定理可以試著找一個符合條件的數字帶入，帶入成功後再依據證明思索為何如此。不可帶入者如根號2是否為有理數，則要一個算式一個算式慢慢理解，一個算式清楚了下一個就較容易明瞭，再把證明的要點列出，易於了解。

該是你們尚未接受過這方面的證明訓練與涉獵，不妨找個已經理解的老師或長輩，伴隨實例證明一次，相信你會理解得更多。當然，若能透過自己方式得到明瞭的結果，那種喜悅與興奮將更無法言喻，也更能深植於心中。不過此種方法在遇上羅素的詭論時就會有出人意料的結果呢！兩方皆矛盾，令人錯愕！

十四、如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

我希望推薦給：

1、欲多方涉獵數學知識者。

此類傳記通常在介紹主角生平時，會附帶極多數學知識。想要涉獵數學知識，除了一些數學的入門書籍(有些書籍會介紹公式，大略講解，適合一些涉獵不深的人)，此類書籍也很適合。尤其此書主角艾狄胥是個創造力及思考突出的怪才，有許多特殊的觀念，雖然沒有講的十分深入，但是蘊含的知識及樂趣是很多的。稍微探討、涉獵，便覺樂趣無窮！

2、立志成為數學家者。

想要走上數學這條路，不妨多看此類數學家傳記，其中主角的怪才雖然可能能力有未逮，但各個數學家的思考、創造甚至是想法，都有令人驚豔的一面。建議多看、多思考，想想他們的邏輯，思考他們的世界。原來，數學不只是數字有趣！

就如同你所說的，要想成為數學家，必先了解數學家；若對於更多的數學家有興趣，不妨看看「大數學家」與「女數學家列傳」兩本書，看看有沒有與自己個性相合的人物在裏頭；說不定，哪天你也有機會能成為一個數學家！

附件六：學生閱讀心得-數字的陷阱——解開 12 個數學的迷惑

97 新莊區數學資優教育方案閱讀心得 姓名：黃咨博 座號：26

書名：數字的陷阱——解開 12 個數學的迷惑 出版社：時報 出版年月：90/7/1

成績：A-，備註：紅字括號加底線表示可能有所訛誤，藍字粗斜體加底線表示書寫較佳處，綠字粗體表示老師評論及加註。

十五、 你為什麼選擇這本書書寫心得？書名或內容有什麼吸引你的地方？

日常生活中，有許多與數學有關的現象，但是多數人常常忽略了潛在的重點使得判斷錯誤，像是機率的條件、賽局的分析等。這本書舉了數個生活中常見的現象以數學角度詮釋，並提醒讀者常犯的錯誤。書名看來平淡無奇，但是內容極為趣味且富實用性。捨去以往枯燥乏味的理論證明，改用極富實用性及趣味性的生活案例，就是此書吸引我的地方。

若對於數學與生活的關聯有所興趣，不妨再看看以下幾本書：《數學年夜飯》、《生活的數學》以及《誰的頭上亮了燈泡》等書。

十六、 請敘述這本書的內容大綱。

全書以個人耳熟能詳的名偵探福爾摩斯為主角，並從他處理的案件中引伸出觀念。透過不同的案例，間接的表達了數學應用的盲點，像是賭局的不利、比價的考量等，堪稱實用第一！

每個章節必先出現案例，接著主角去熟悉細節，並提出盲點，接著改正觀念，最後解決問題，井然有序，條理分明。

或許在實際小說中，為了顧及讀者的知識基礎，作者有所省略關於數學邏輯與計算的內容，不過所有看過這本書的人再重新思考後，應該明白真實生活中，解決類似問題的同時，數學知識更是不可或缺的了。

十七、 你覺得本書的主題或重點是哪些章節？有什麼是自己可以應用在生活或學習上的嗎？

第二章節——好賭貴族案，大多數人認為賭博是很容易賺錢的方式，數百元能夠帶來上千萬的財富，卻忽略了賭博的機率須將賭場設施的條件算入，而且莊家常常設置不利的條件，所以獲得賭資的機率其實極低。但是眾人總是對「機率」有所誤解，認為十分之一代表十次中「必定」有一次會中，於是受害者越來越多。從這個章節中，我發現了數學在解題中常常出現的錯誤，有時我們會像書中角色一般誤入歧途，導致結果不如預期。

當我在解題或處理實際問題時，應該弄清楚有什麼情況，像比價時要算入直接降價和固定比例降價的價差、抽獎時的機率等。以前計算機率時常常因為漏掉條

件而失誤，看完了這本書，才恍然大悟，原來還有這些條件，還有這些重點！

試著把學習到解決問題的能力，應用於生活之中，你會發現不再輕易受到數字所愚弄。（建議延伸閱讀：《別讓統計數字騙了你》、《就算客人白吃白喝，也別請工讀生》）

十八、 你在這本書裏學到了哪些數學知識？是否改變了你對數學學習的看法與態度呢？

1. 試題的簡化，在此書中，很多案例都是簡化後解決，像是判別男女、判別年齡，皆是如此。繁複的機率問題如換成類似遊戲的方式，一目了然。相較於之前的苦苦思索，此方法對於機率的計算更為有效。以前認為機率各案例的條件不同，解法互無共通，此時方知簡化可以更簡單的方式去思考或設定。

2. 骰子投出點數和的常態分布，這部分雖然學過，但是在書裡卻是以骰子投出的點數和為例，原本應該是機率的範圍，也可以應用於統計。這讓我感到很驚奇，以往認為統計只能應用於「確定」的數據，而此書卻將「不確定」的數據也加以應用，雖然數據並非絕對正確，但是以機率來說，卻又不無道理。此時我才發現機率其實和統計是有關聯的。

機率與統計的關聯，到國三能略知一二；若真要有所了解，得到高中學習機率與統計的章節才能窺其大概（計算部份）。若有興趣走數學研究路線，大學相關科系有門「機率與統計」，屆時便能將理論與計算做結合應用。

十九、 說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話，並說明原因。

出處：第 8 頁

「所有人都可能在很簡單的選擇上犯錯，特別是涉及機率或統計的時候。」從此段話我發現我們平常生活中判斷事情的依據——統計資料或機率——並不是值得完全信任的。機率不代表你的選擇正確或錯誤，統計資料也並非整體和個體具備。所以我認為我們學到了這方面的知識，除了要會運用，還要會判斷這些數據是否符合、是否正確，因為生活上有極多的事情在合理、公平的數據下其實是不正當的騙局，如此陷阱，可謂暗箭。欲防暗箭，就要有判斷危險的能力！

是以正確的決定常常只是作了較高機率的選擇，而適當的統計資料所代表的是顧及整體的描述而已。

二十、 你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏？可以如何去克服呢？

此書在講解機率時，所考慮的範圍較之前課堂所講廣泛，還有「假肯定」、「假否定」等新名詞，容易造成混淆，導致思緒混亂，數據無法理清。

可以列成一張表，各自標明數據，像 A 有多少百分比，B 有多少百分比，列好後再根據此表進行計算。換成表格清晰簡潔，數據不混淆，且整理後的資料便於計算，一舉兩得。名詞不懂則要對照資料去理解，才知道此名詞涵蓋什麼範圍、什麼意義。

若對於以上「假肯定」、「假否定」(貝氏定理)想要清楚了解，不妨參考《看漫畫，學統計》第三章，可以有個簡單的認知。

二十一、 如果有機會，你會推薦哪些人看這本書？並建議他們從哪些章節開始看呢？

我希望推薦給想要熟悉機率變化，並了解機率及生活關係者。

此書提到機率的次數頻繁，讀者可以了解到如何簡化成正確的式子。而且一些容易忽略的地方此書亦有幫助。建議從第二章節開始，此部分有個極為有趣的案例「醉漢漫步」，提到了醉漢的方向機率相等，但醉漢向北行去時無論左右，接離北方更近，這個案例有一大特點：我們常常受到觀念誤導，認為往東及往西的平均變化為零會相抵成往正北走。這樣的謬誤屢見不鮮，所以建議欲熟悉者先了解其變化。

不妨也可介紹給童書愛好者的成人，很多人不知道《愛麗絲夢遊仙境》這本書，其實原來是個數學學士與數學教師。作者路易士·凱洛爾透過超乎邏輯的想像與有條理的組織，寫給一位他的小友愛麗絲；要編造一本超現實的小說，藉由數學家敏銳的觀察力與天馬行空的想像力，所呈現出來的成果倒也頗令人為之著迷。(事實上，杜奇森先生由於個人因素，並未擔任過神職，相關資料可參考《愛麗絲夢遊仙境》，臺灣麥克出版，世界文學寫真紀行第5集)

此外《數學的陷阱》原著尚著有《愛因斯坦的詭辯》一書，是以福爾摩斯的故事闡釋現代物理學，想必對於物理學有所研究的人們也會提起興趣去閱讀。