

## 百變正方體

《學生版 / 教師版》

臺北市瑠公國中 莊國彰教師

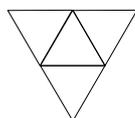
臺北市永吉國中 楊智強教師

### 《學生版》

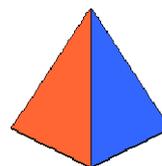
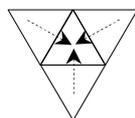
#### 一、認識正多面體

(一)正多面體的組合：拿出一些形狀相同的正多邊形（例如正三角形、正四邊形、…等等），拼成的立體圖形稱為正多面體。

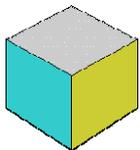
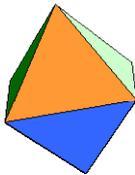
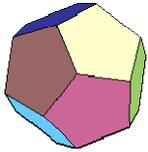
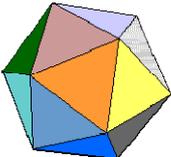
如下圖所示，拿四個相同的正三角形拼成三角錐，因為每一面都是正三角形，稱為正四面體；它總共有 6 個邊，4 個頂點，而圖一稱為圖三的展開圖。



圖一



圖三

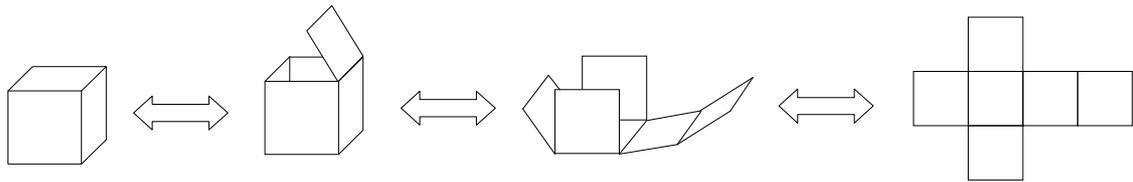
正多面體	立體圖名稱	面數 (F)	頂點數 (V)	邊數 (E)	F、V、E 的數量關係
					
					
					
					

#### (二)問題與思考：

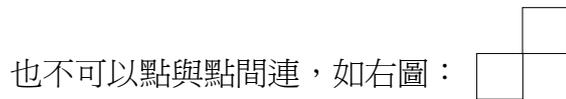
1. 求立體圖形的邊數及頂點數時，你用什麼方法？
2. 還有其它的正多面體嗎？

## 二、正方體(或正六面體) 「面面觀」

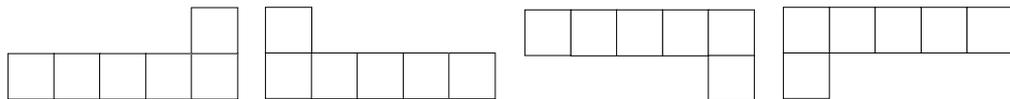
1. 下圖是正方體的展開圖，它是由六個相同的正方形所組成相連的圖形。



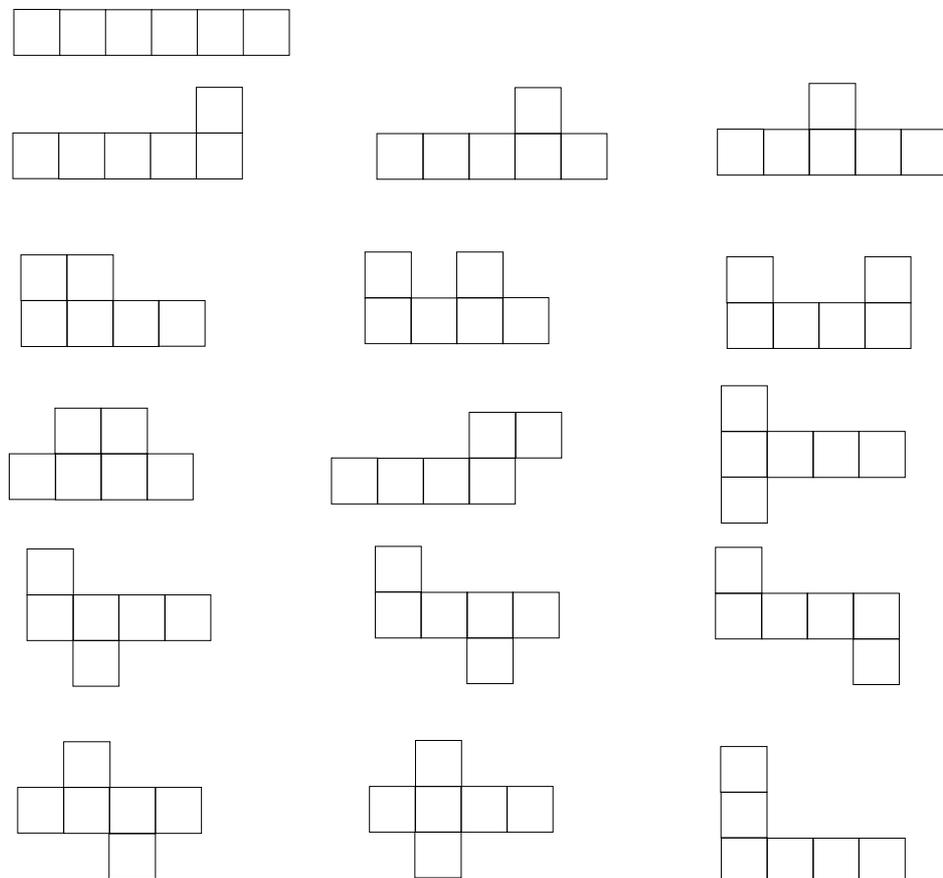
2. 相連的圖形必須是正方形之間整段邊與整段邊相連接，例如：三個正方形相連

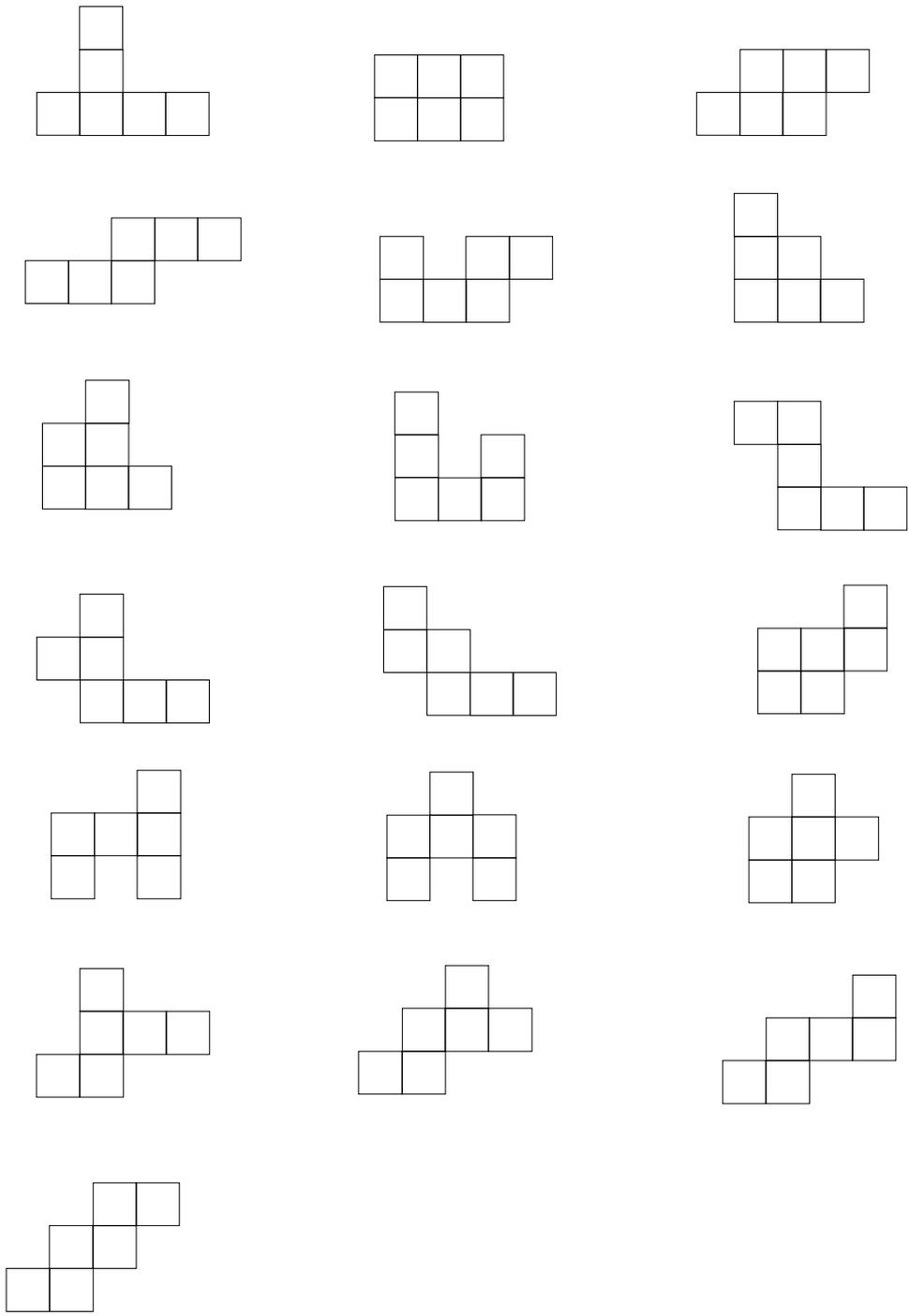


凡經過旋轉或對稱後的圖形皆視為與原圖相同的圖形；如下圖所示：



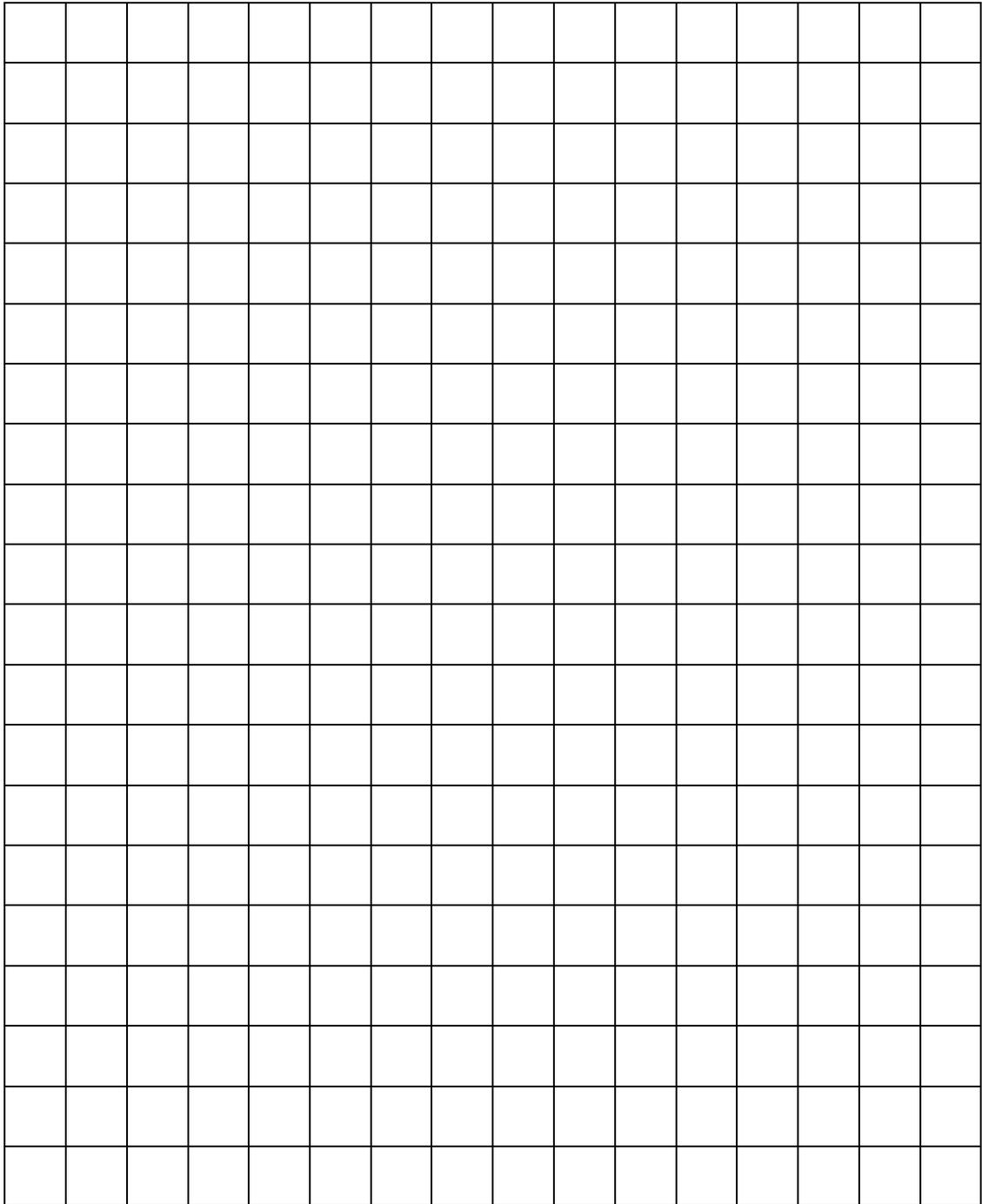
3. 六個正方形組成相連的圖形，總共有 35 種不同組合。如下列所示：





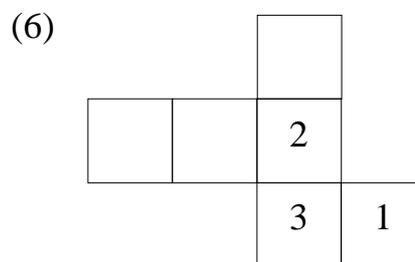
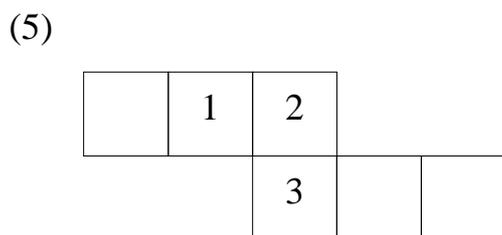
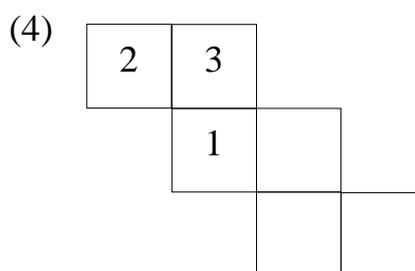
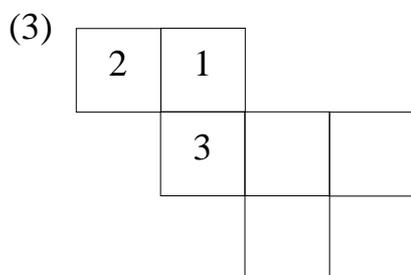
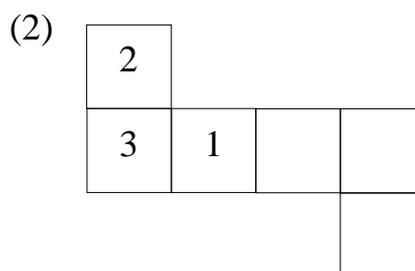
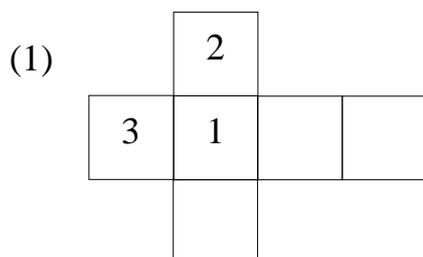
4.承上，拼拼看，請將為正方體的展開圖者打勾，總共有多少種？

5.請在下列空格中畫出所有正方體全部的展開圖。



### 三、正方體的對面：

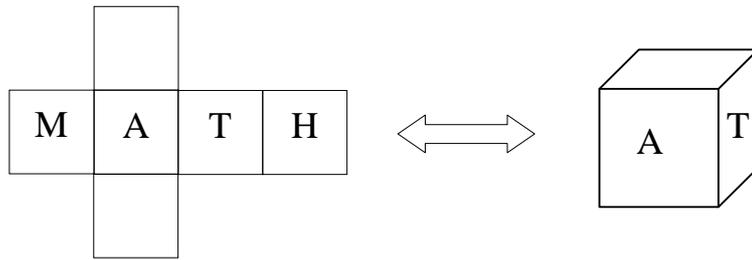
正方體有六個面，每個面上分別標記著 1 到 6 的數，以下各個圖形是正方體六個不同的展開圖，已知三個面上的數字填上 1，2，3；請在空格內填上適當的數字，使每個「相對的面」兩個數之和皆等於 7。



心得我找到相對的面方法是：

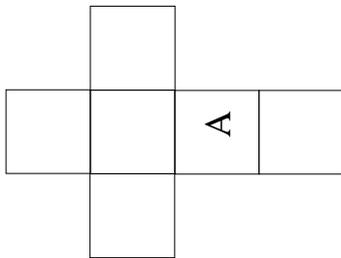
(7) 正方體每一個面的對面都是唯一，如果不滿足此條件者，就不是正方體的展開圖；請試用此方法來檢驗六個正方形相連的圖形中，將同一組的對面標上相同的記號，判斷六個正方形相連的圖形中哪些才是正方體的展開圖。

四、如果將下圖摺成一個正六面體（英文字母朝外），則環繞著它的相鄰的4個面可以拼出「MATH」。

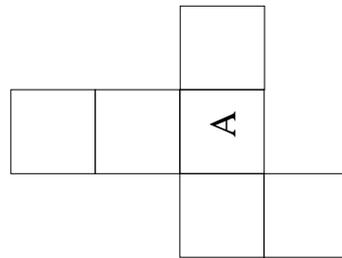


1.將英文字母分別填入下列圖形中，使得在組合成正立方體後，它們都能拼出所提示的英文字。

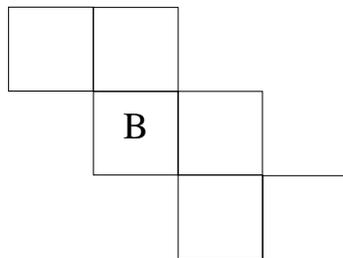
(1) 「MATH」



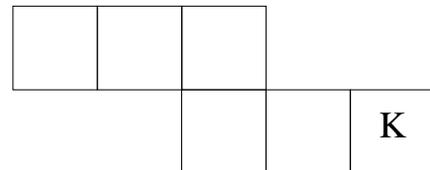
(2) 「TAKE」



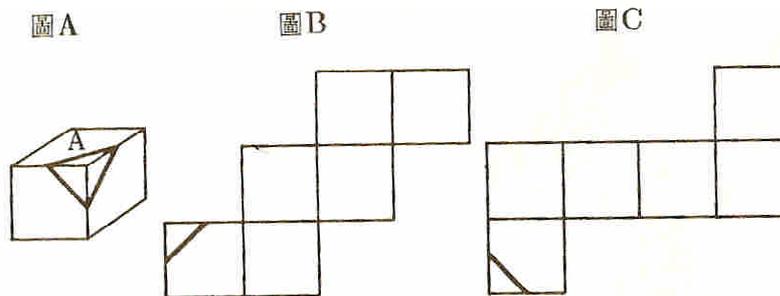
(3) 「BLUE」



(4) 「DESK」



2.圖 A 中立方體上畫了粗黑線。圖 B，圖 C 為其展開圖，上面畫了 A 面上的粗黑線。將圖 A 其他兩面上的粗黑線，分別畫在圖 B 與圖 C 上。



## 《教師版》

### 百變正方體—學習單

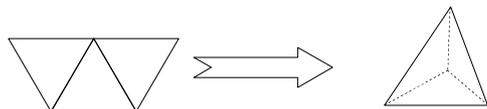
前言：

現行國中課本，不論任何版本，對於平面立體等幾何教材，大都侷限於簡單的介紹，欠缺深度的探討；因此作者想藉此教材協助學生與教師補足教材遺漏之處，並且可以與現行教材作融入式教學，相信它可以增加學生學習幾何教材的興趣，並增加學生的數學能力。

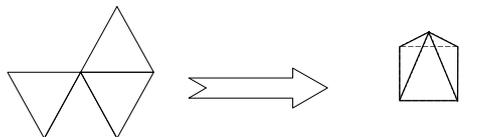
本教材預計安排兩節課的時間，教師可以選擇其中之教材，做適當的編排，讓學生操作練習，教具以百利智慧片為優先。

多面體的認識，可從正四面體開始介紹起：

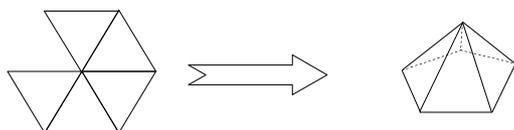
(一) 三個正三角形可構成立體圖，如下圖所示：



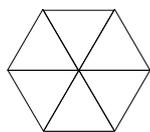
(二) 四個正三角形可構成立體圖，如下圖所示：



(三) 五個正三角形可構成立體圖，如下圖所示：



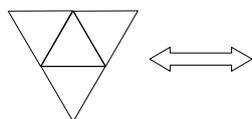
(四) 六個正三角形，平鋪成平面，不能構成立體圖，如下圖所示：



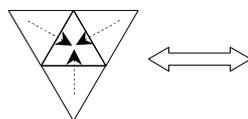
### 一、認識正多面體

(一) 正多面體的組合：拿出一些形狀相同的正多邊形（例如正三角形、正四邊形、…等等），拼成的立體圖形稱為正多面體。

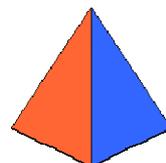
如下圖所示，拿四個相同的正三角形拼成三角錐，每一面都是正三角形，總共有 6 個邊，4 個頂點，稱為正四面體；而圖一稱為圖三的展開圖。



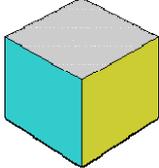
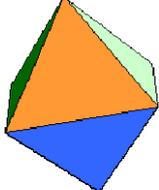
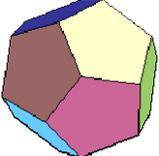
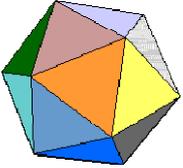
圖一



圖二



圖三

正多面體	立體圖名稱	面數 (F)	頂點數 (V)	邊數 (E)	F、V、E 的數量關係
	正方體 或正六面體	6	8	12	$6+8-12=2$
	正八面體	8	6	12	$8+6-12=2$
	正十二面體	12	20	30	$12+20-30=2$
	正二十面體	20	12	30	$20+12-30=2$

(二)問題與思考：

1. 求立體圖形的邊數及頂點數時，你用什麼方法？

通常學生都是用數的方式，來計算正多面體的頂點數與邊數；但是，如果碰到正二十面體時，就比較難數了！因此鼓勵學生使用迪卡爾想法來解決！

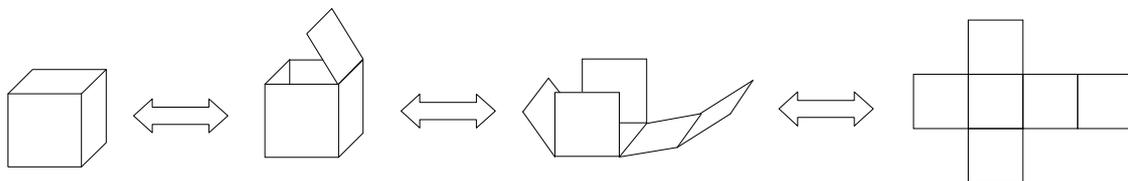
以正八面體為例，每一面都是正三角形，所以有 3 個邊，然而每一邊有兩個面共邊，因此總共有  $3 \times 8 \div 2 = 12$  個邊；同時，每一面都是正三角形，所以有 3 個點，然而每一個頂點有四個面共點，因此總共有  $3 \times 8 \div 4 = 6$  個頂點。故使用相同的方法可以計算其他多面體的邊數與頂點數。

2. 還有其它的正多面體嗎？

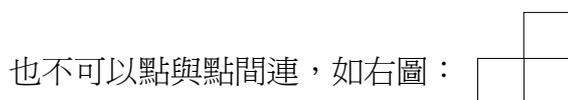
正多面體總共只有 5 種：正四面體、正六面體、正八面體、正十二面體、正二十面體。

## 二、正方體 「面面觀」

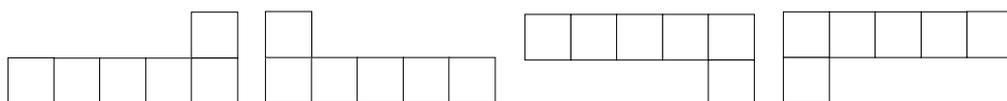
1. 下圖是正方體的展開圖，它是由六個正方形所組成相連的圖形。



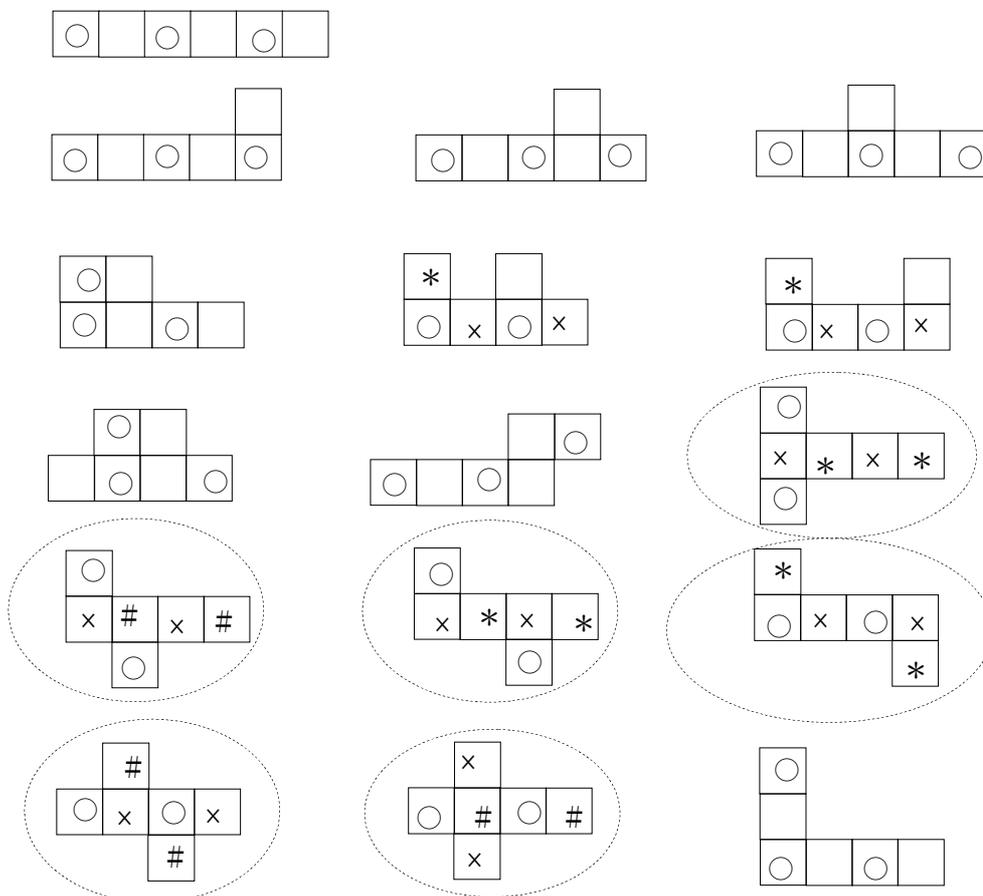
2. 相連的圖形必須是正方形之間整段邊與整段邊相連接，例如：三個正方形相連

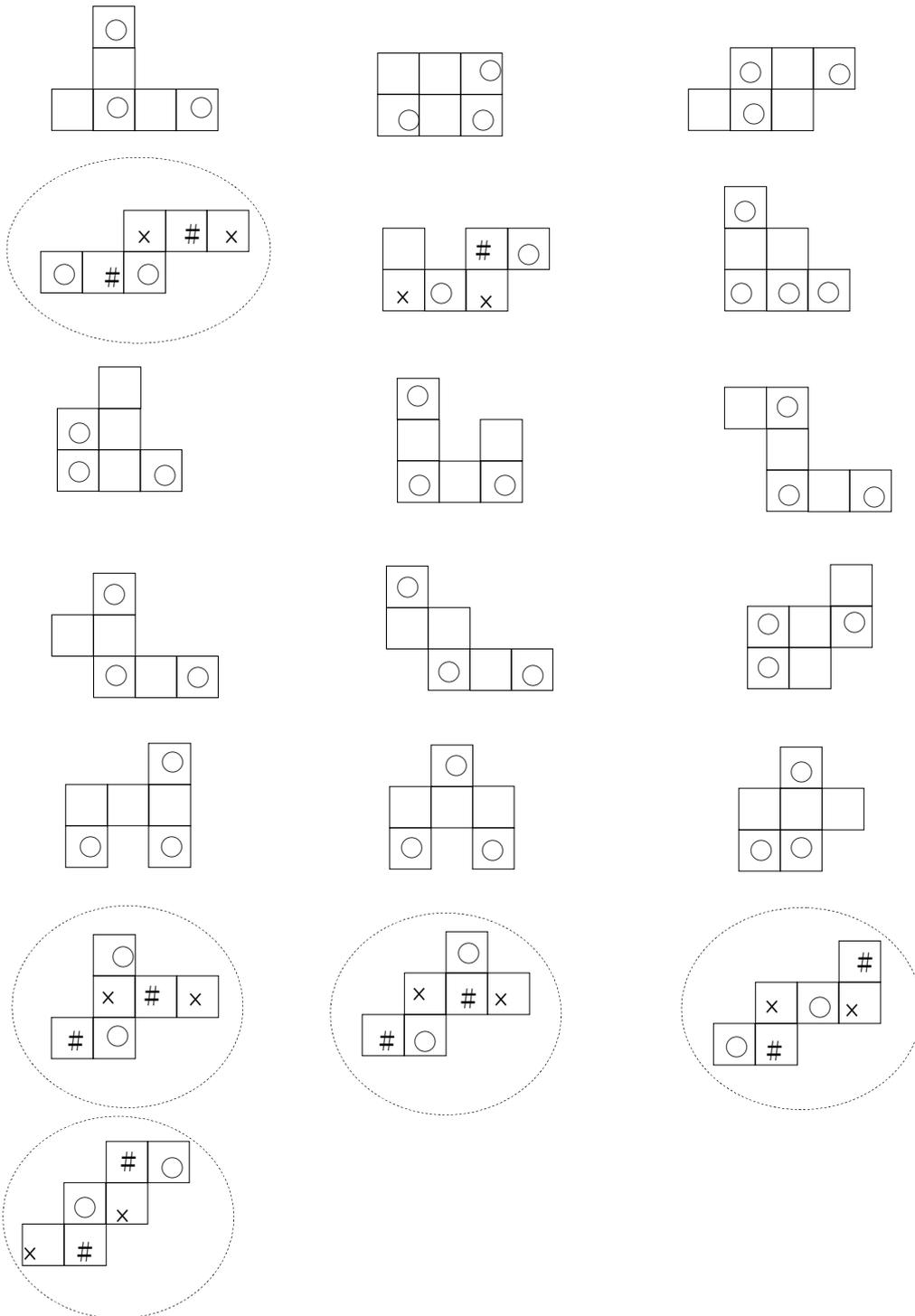


凡經過旋轉或對稱後的圖形皆視為與原圖相同的圖形；如下圖所示：



3. 六個正方形組成相連的圖形，總共有 35 種不同組合。如下列所示：

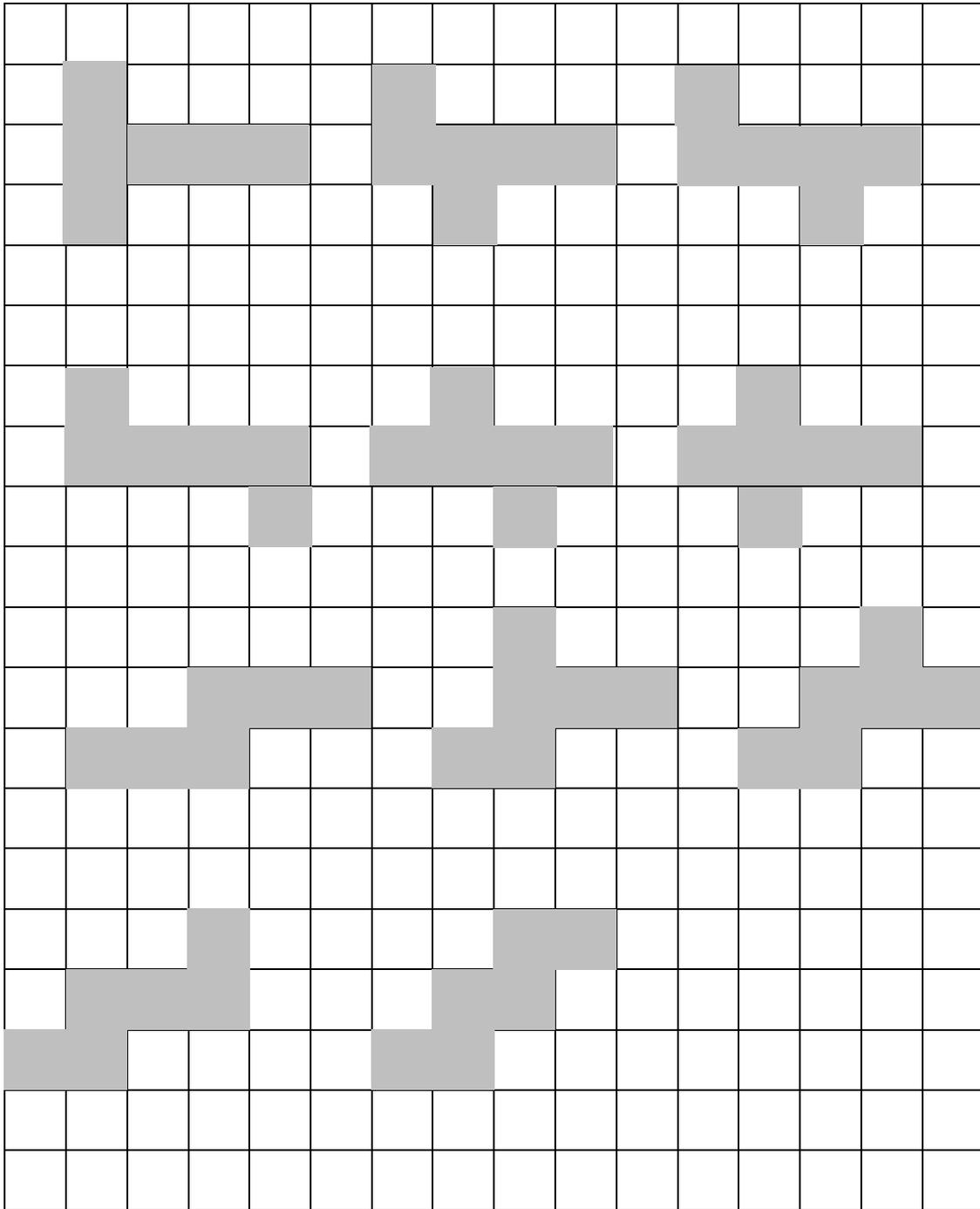




4.承上，拼拼看，將是正方體的展開圖請打勾，並計算總共有多少種？

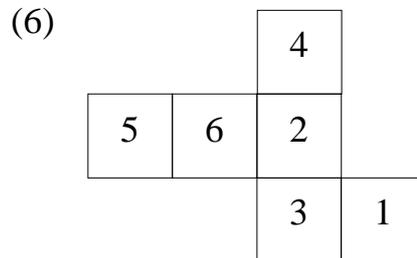
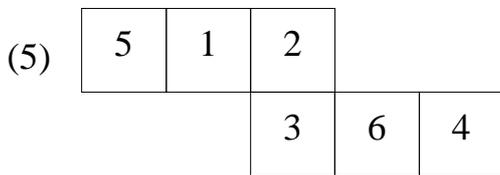
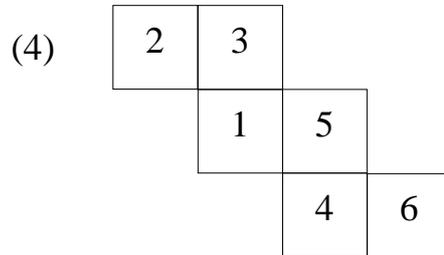
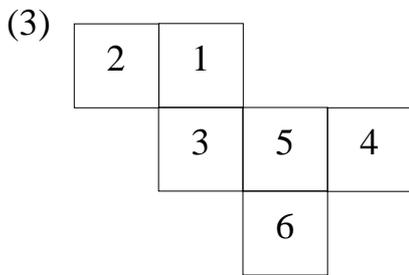
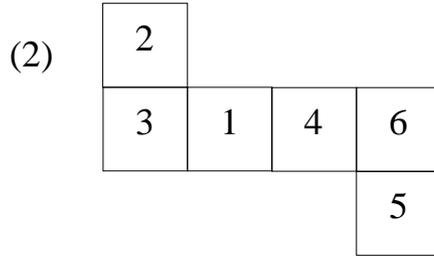
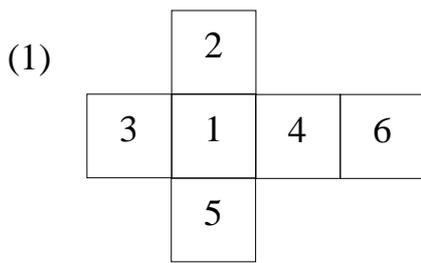
A : 11 種

5.請在下列空格中畫出所有正方體不同的展開圖。



### 三、正方體的對面：

正方體有六個面，每個面上分別標記著 1 到 6 的數，以下各個圖形是正方體六個不同的展開圖，已知三個面上的數字填上 1，2，3；請在空格內填上適當的數字，使每個「相對的面」兩個數之和皆等於 7。



心得我找到相對的面方法是：

① 2 個連排左與右不可能對面，如：

○	×
---	---

② 3 個連排左與右一定對面，如：

○	×	○
---	---	---

③ 4 個連排，1, 3 與 2, 4 成對面；如：

○	×	○	×
---	---	---	---

④ Z 字形，Z 頭與 Z 尾成對面；如：

○	
	○

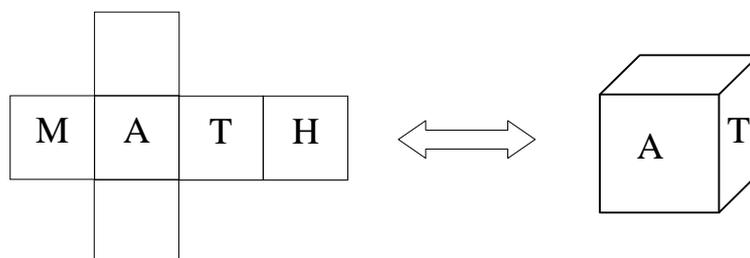
		○
○		

			○
○			

(7) 正方體每一個面的對面都是唯一，如果不滿足此條件者，就不是正方體的展開圖；請試用此方法來檢驗六個正方形相連的圖形中，將同一組的對面標上相同的記號，哪些才是正方體的展開圖。

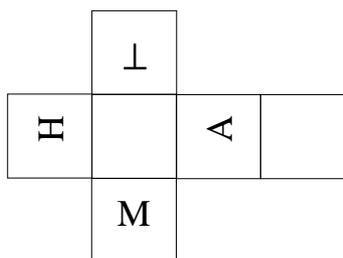
解答詳見上圖

四、如果將下圖摺成一個正六面體（英文字母朝外），則環繞著它的相鄰的4個面可以拼出「MATH」。

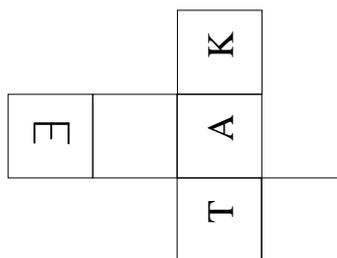


1.將英文字母分別填入下列圖形中，使得在組成正立方體後，它們都能拼出所提示的英文字。

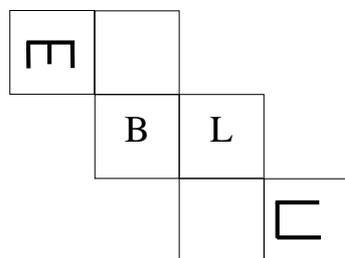
(1) 「MATH」



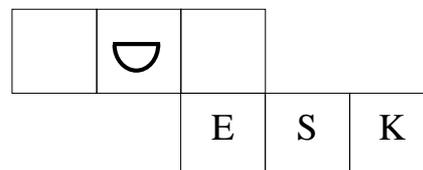
(2) 「TAKE」



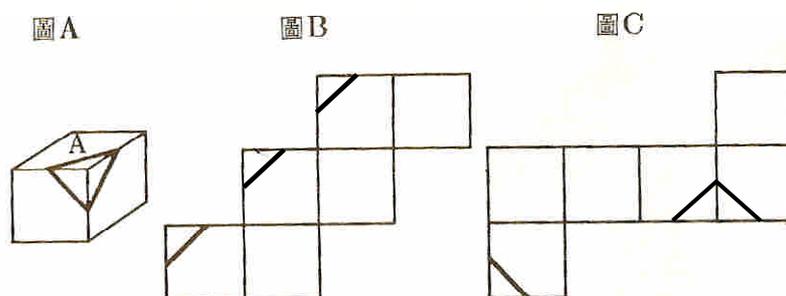
(3) 「BLUE」



(4) 「DESK」



2.圖 A 中立方體上畫了粗黑線。圖 B，圖 C 為其展開圖，上面畫了 A 面上的粗黑線。將圖 A 其他兩面上的粗黑線，分別畫在圖 B 與圖 C 上。



### 黃敏晃教授的叮嚀

這份學習單的主要內容是正方體，但在第一部分加上五個正多面體的考察，即把正方體視為正多面體的一種。也許兩位編者希望將來把後面第二、三、四部份的活動型式，能延伸到其他的正多面體的意思。

這種內容和活動對學生正方體的認識，以及空間能力有很大的幫助，值得老師多加採用。