

加減消去法

陳俊志 宜蘭縣國中數學輔導團/羅東國中

一、實施對象：七年級（一般班級 攜手課輔班級）

二、教學目標

主 題	<input type="checkbox"/> 數與計算 <input type="checkbox"/> 量與實測 <input type="checkbox"/> 幾何 <input checked="" type="checkbox"/> 代數 <input type="checkbox"/> 統計與機率
相關分年細目(97)	7-a-18 能熟練使用消去法解二元一次聯立方程式
教學目標	能利用加減消去法解二元一次聯立方程式

三、學習難點

解一元一次方程式時，學生還可以很直觀的判斷，但是二元一次聯立方程式，因為方程式本身有兩個未知數，對學習落後的學生而言，感覺就很困難，再加上它無法用直觀的想法來解決，因此解的概念及過程就很重要。

解二元一次聯立方程式有兩種方法，代入消去法及加減消去法，又以加減消去法的使用較多，不過其基本概念都是將有二個未知數的方程式經由代入或加減的過程，使方程式的未知數減為一個，再利用解一元一次方程式的方法，先求出一個未知數的解，然後代入求得第二個未知數的解，繁複的過程，再加上不了解解題原則，往往在解方程式的過程就出現錯誤。

因此，利用簡單的遊戲讓學生對加減消去法的概念更清楚。

四、補救教學內容處理：簡化 減量 分解 替代 重整

教學處理	內容說明
簡 化	
減 量	係數與解均為正整數
分 解	1、利用圍棋來操作 2、引述文字符號 3、列方程式求解
替 代	由圍棋放入格子問題了解加減消去法的原理
重 整	

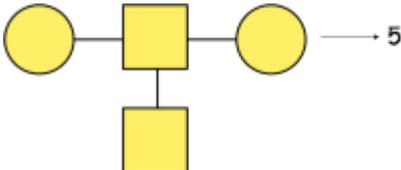
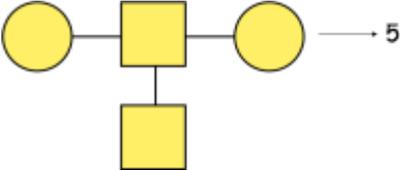
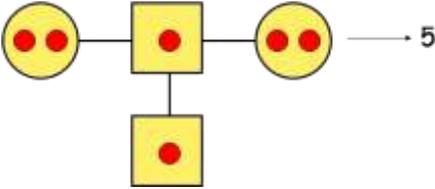
五、教學規劃與實施

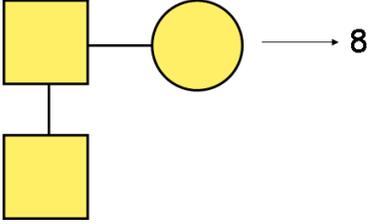
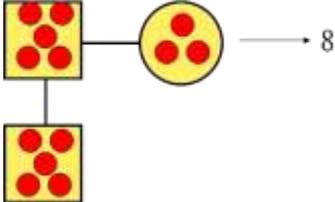
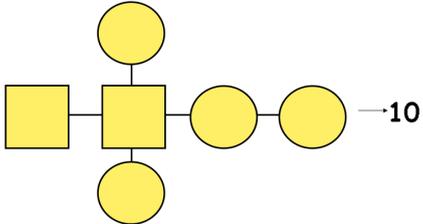
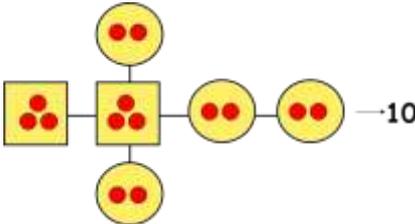
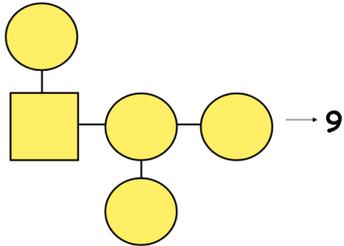
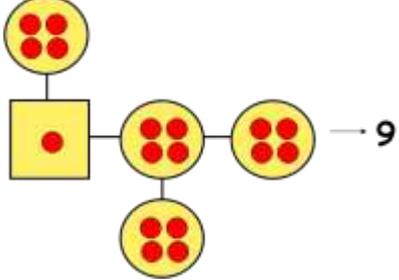
(一) 設計理念

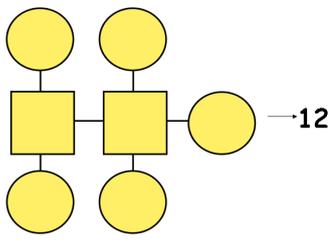
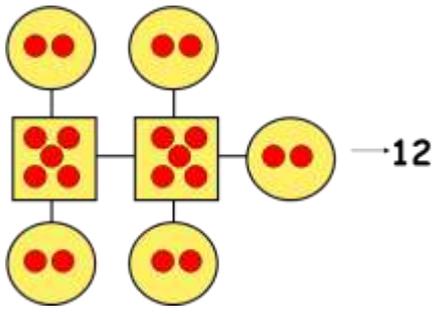
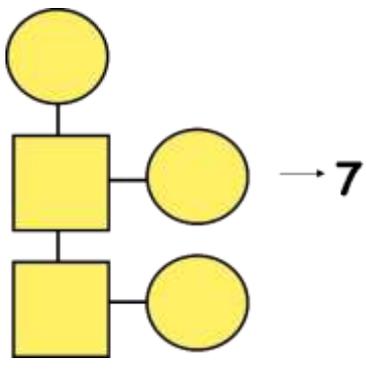
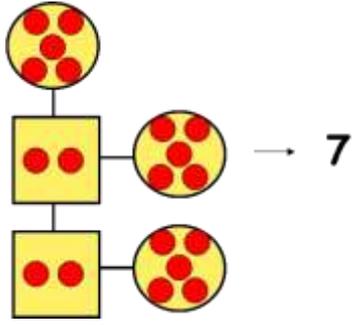
一連串的 x 和 y ，對學習落後的學生來說，根本很難引起他們的注意，只會讓他們頭昏眼花。既然是學習落後的學生，如果用一般的教學方式，可能達到的成效不佳，所以用遊戲的方式引入聯立方程式，透過遊戲的過程。體會加減消去法的概念，進而達到學習的效果。

這篇教案設計以遊戲方式進行，再引入聯立方程式的概念，在加或減的過程中，輕而易舉的得到解答。先透過操作圍棋的數量，放入不同的框框中，讓框框的數量達到要求的數字，先讓學生有操作的感覺。經由不斷的嘗試錯誤後，發現原來有比較簡單的方法，而這個方法就是加減消去法的概念，然後再引入文字符號及方程式運算。

(二) 教學活動

主要問題與活動	說明與評量重點
<p>壹、【透過遊戲求未知數】</p> <p>器材：25 顆圍棋，遊戲紙，紀錄紙</p> <p>步驟與規則：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.將圍棋依規則放入圖形中的圓形、方形格內。 2.同一種形狀（如圓形）內的圍棋個數要相同。 3.同一直線上的圍棋總和為箭頭所指的數字。 <p>範例：</p> <p>用 6 個棋子，依規定將圍棋放入下圖中</p>  <p>方形格子應該放幾顆圍棋呢？</p> <p>觀察看看！</p> <ul style="list-style-type: none"> * 下面有五關，試試看，你能過幾關？ * 請學生回顧遊戲過程的操作想法， <p>第一關：</p> <p>用 13 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>	<p>如範例圖形，</p>  <p>將 6 個棋子放入 2 個圓形和 2 個方形的格子內，箭頭指示 2 個圓形和 1 個方形的圍棋總數是 5 個。</p> <p>引導學生觀察圖形發現，剩下的方形格子一定是放入 1 個圍棋，因此，每個圓形放入 2 個圍棋，完成。</p>  <p>學生操作遊戲</p> <p>將 13 個棋子放入 1 個圓形和 2 個方形的格子內，箭頭指示 1 個圓形和 1 個方形的圍棋總數是 8 個，</p> <p>引導學生觀察圖形發現，剩下的方形格</p>

主要問題與活動	說明與評量重點
<p style="text-align: center;">主要問題與活動</p>  <p>○ 中放入幾個圍棋？</p> <p>□ 中放入幾個圍棋？</p> <p>回顧想法。</p>	<p>子一定是放入 5 個圍棋，因此，每個圓形放入 3 個圍棋，完成。</p> 
<p>第二關：</p> <p>用 14 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>  <p>○ 中放入幾個圍棋？</p> <p>□ 中放入幾個圍棋？</p> <p>回顧想法。</p>	<p>將 14 個棋子放入 4 個圓形和 2 個方形的格子內，箭頭指示 2 個圓形和 2 個方形的圍棋總數是 10 個，</p> <p>引導學生觀察圖形發現，剩下的 2 個圓形格子要放入 4 個圍棋，所以 1 個圓形格子放入 2 個圍棋，因此，每個方形放入 3 個圍棋，完成。</p> 
<p>第三關：</p> <p>用 17 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>  <p>○ 中放入幾個圍棋？</p> <p>□ 中放入幾個圍棋？</p>	<p>將 17 個棋子放入 4 個圓形和 1 個方形的格子內，箭頭指示 1 個圓形和 2 個方形的圍棋總數是 9 個，</p> <p>引導學生觀察圖形發現，剩下的 2 個圓形格子要放入 8 個圍棋，所以 1 個圓形格子放入 4 個圍棋，因此，每個方形放入 1 個圍棋，完成。</p> 

主要問題與活動	說明與評量重點
<p>回顧想法。</p> <p>第四關：</p> <p>用 20 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>  <p>○ 中放入幾個圍棋？</p> <p>□ 中放入幾個圍棋？</p> <p>回顧想法。</p>	<p>將 20 個棋子放入 5 個圓形和 2 個方形的格子內，箭頭指示 1 個圓形和 2 個方形的圍棋總數是 12 個，</p> <p>引導學生觀察圖形發現，剩下的 4 個圓形格子要放入 8 個圍棋，所以 1 個圓形格子放入 2 個圍棋，因此，每個方形放入 5 個圍棋，完成。</p> 
<p>第五關：</p> <p>用 19 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>  <p>○ 中放入幾個圍棋？</p> <p>□ 中放入幾個圍棋？</p> <p>回顧想法。</p> <p>貳、【使用文字符號，列出方程式】</p> <p>假設各關中的 ○ 中有 x 個圍棋， □</p>	<p>將 19 個棋子放入 3 個圓形和 2 個方形的格子內，箭頭指示 1 個圓形和 1 個方形的圍棋總數是 7 個，</p> <p>引導學生觀察圖形發現，最下面一列也是 1 個圓形和 1 個方形，圍棋總數是 7 個，所以剩下最上面的圓形格子要放入 $(19-7-7=5)$ 個圍棋，因此，每個方形放入 2 個圍棋，完成。</p>  <p>觀察遊戲的圖形，與假設列式的關係。相減的原因是為了消掉圓形或方形格子，即可得到格子中的圍棋數量。使用 PPT 說明</p>

主要問題與活動	說明與評量重點
<p>中有 y 個圍棋。</p> <p>第一關：</p> $\begin{cases} x + 2y = 13 \\ x + y = 8 \end{cases}$ <p>兩式相減得 $y = 5$ 所以 $x = 3$</p> <p>第二關：</p> $\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$ <p>兩式相減得 $2y = 4 \Rightarrow y = 2$ 所以 $x = 3$</p> <p>第三關：</p> $\begin{cases} 4x + y = 17 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ <p>兩式相減得 $2x = 8 \Rightarrow x = 4$ 所以 $y = 1$</p> <p>第四關：</p> $\begin{cases} 5x + 2y = 20 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$ <p>兩式相減得 $4x = 8 \Rightarrow x = 2$ 所以 $y = 5$</p> <p>第五關：</p> $\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ x + y = 7 \end{cases}$ <p>先得到 $2x + 2y = 14$ 再相減得 $x = 5$ 所以 $x = 2$</p> <p>實施後測</p>	<p>將圖像與符號做連結</p>

六、學生表現與教學省思

選擇二位八年級學習落後的學生實際操作，先給前測試題，面對三題前測題，均不知從何下手，完全空白。之後遊戲開始進行，利用遊戲方式進行，學生比較不會排斥。遊戲剛開始，還不大能掌握解決關鍵，都先亂放再觀察數量是否符合，過十分鐘後，老師引導學生如何使用方法解決，就發現，原來可以先知道其中一種格子內的圍棋數量，後面的題目就漸漸上手了。

等學生都完成遊戲之後進行討論，引入符號代表數及方程式的列式。利用 PPT，對照說明後，學生發現原來解聯立方程式這麼簡單，只要找到相同係數的關係就可以消掉一種未知數，並解出答案，最後再給予後測題，第一、二題都答對，第三題一個答對。

因為這個教學設計的係數都是正整數，相對來說，解題比較簡單，但對於學習落後的學生而言，從遊戲出發，解決簡單易懂的題目，然後再根據學生的學習狀況，彈性調整教材內容，慢慢延伸的方式，比較能達到補救教學的目的。

七、學習資源參考資料

彰化師範大學梁崇惠教授數學史教學資料

八、附件

【前測卷】

$$1. \begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

【後測卷】

$$1. \begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x + 3y = 24 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

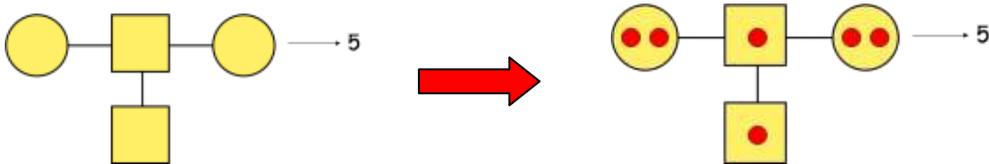
【學習單】

步驟與規則：

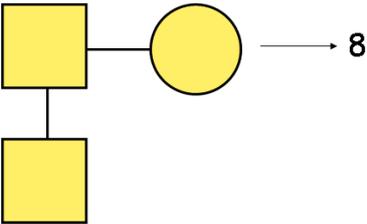
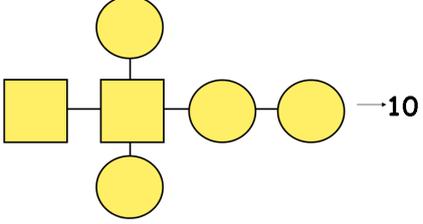
1. 將圍棋依規則放入圖形中的圓形、方形格內。
2. 同一種形狀（如圓形）內的圍棋個數要相同。
3. 同一直線上的圍棋總和為箭頭所指的數字。

範例：

用 6 個棋子，依規定將圍棋放入下圖中

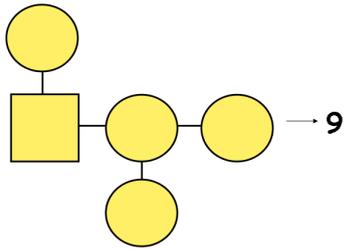


* 下面有五關，試試看，你能過幾關？

試著使用圍棋排排看	假設各關中的 中有 x 個圍棋， 中有 y 個圍棋。
<p>第一關：</p> <p>用 13 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>  <p> 中放入_____個圍棋？</p> <p> 中放入_____個圍棋？</p>	
<p>第二關：</p> <p>用 14 個棋子，依規定將棋子放入圖中</p>  <p> 中放入_____個圍棋？</p> <p> 中放入_____個圍棋？</p>	

第三關：

用 17 個棋子，依規定將棋子放入圖中

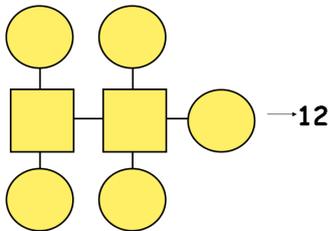


○ 中放入_____個圍棋？

□ 中放入_____個圍棋？

第四關：

用 20 個棋子，依規定將棋子放入圖中

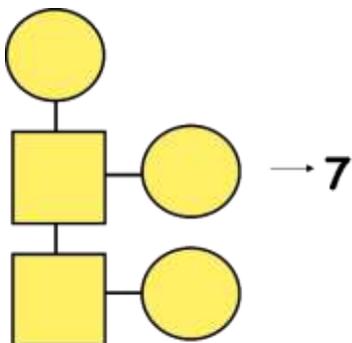


○ 中放入_____個圍棋？

□ 中放入_____個圍棋？

第五關：

用 19 個棋子，依規定將棋子放入圖中



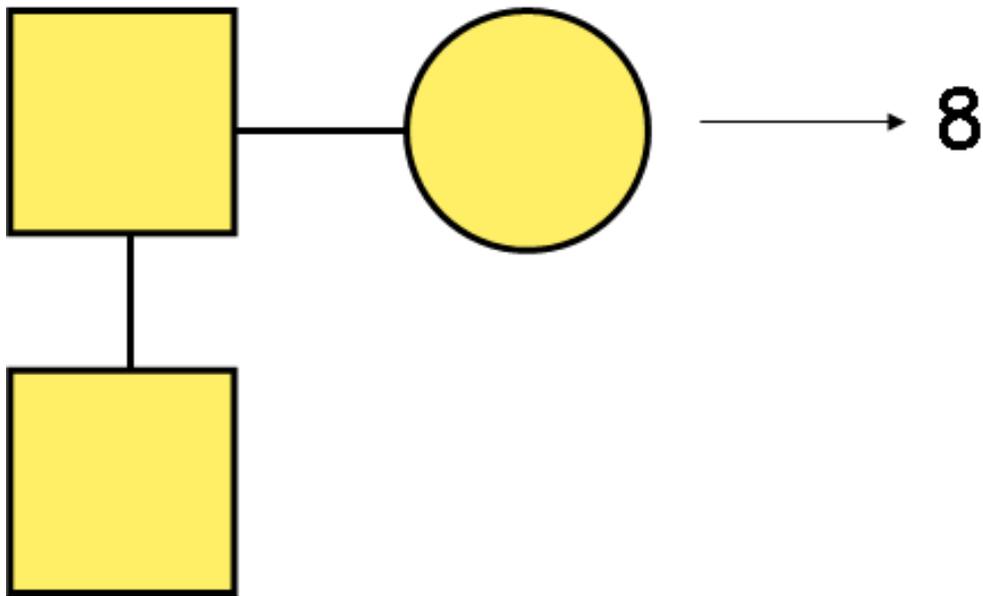
○ 中放入_____個圍棋？

□ 中放入_____個圍棋？

【操作單】

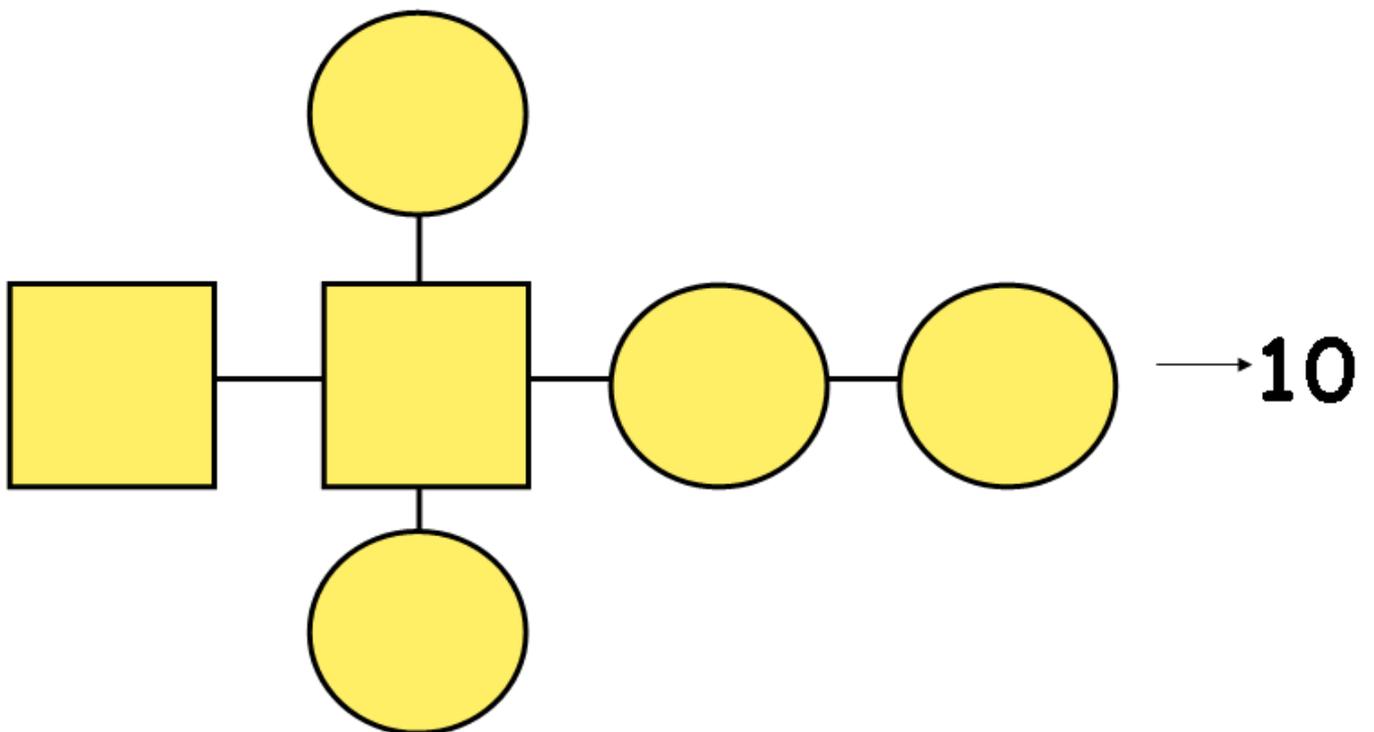
第一關：

用 13 個棋子，依規定將棋子放入圖中



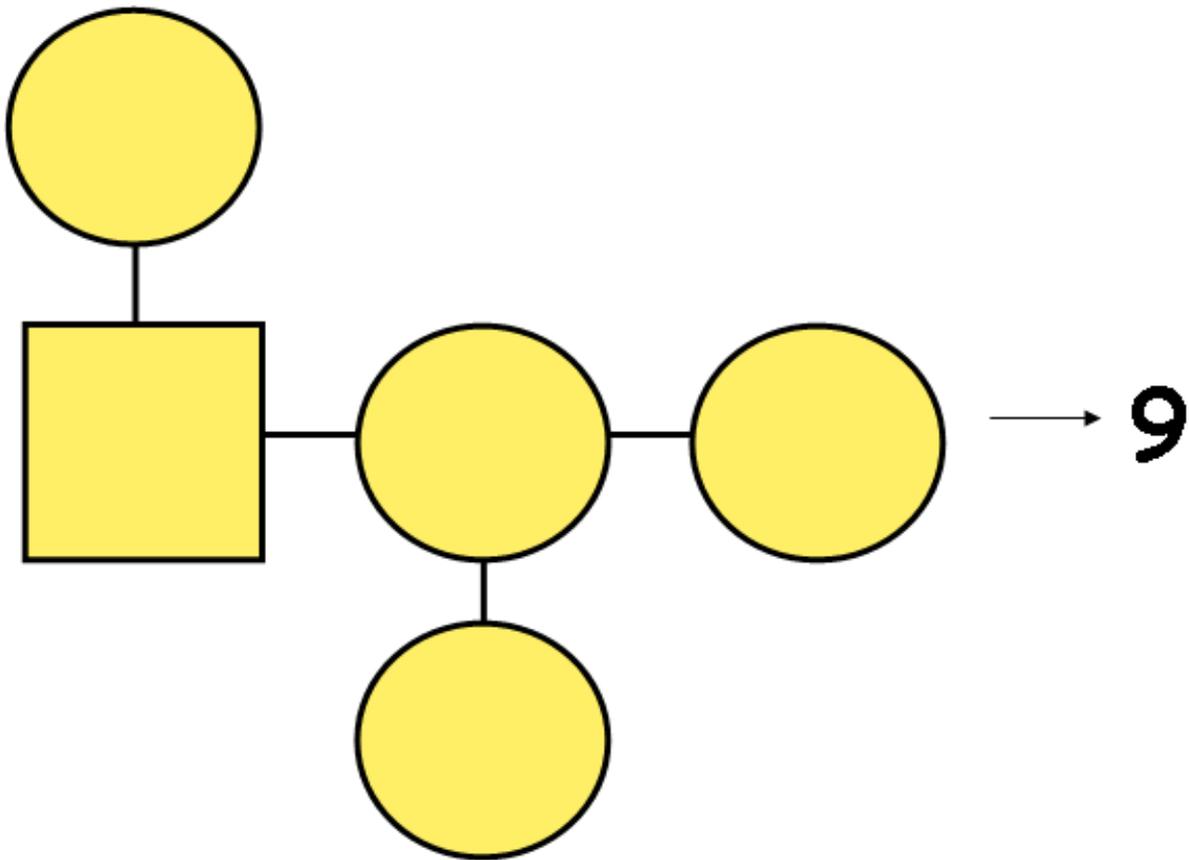
第二關：

用 14 個棋子，依規定將棋子放入圖中



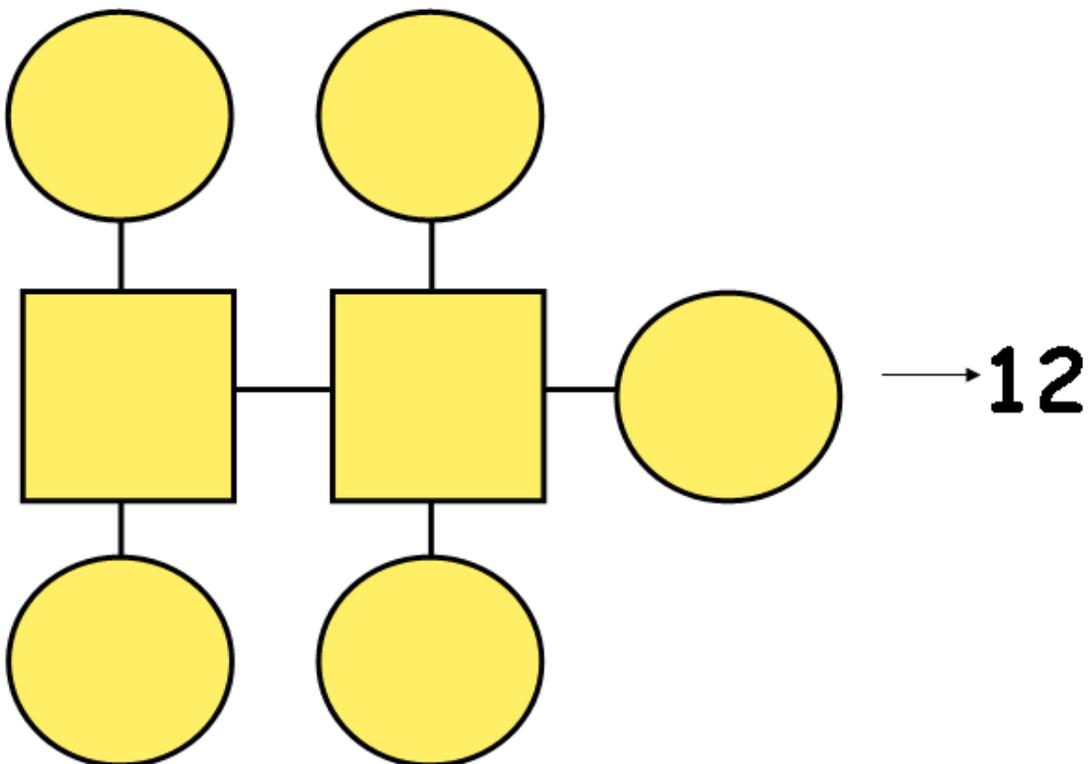
第三關：

用 17 個棋子，依規定將棋子放入圖中



第四關：

用 20 個棋子，依規定將棋子放入圖中



第五關：

用 19 個棋子，依規定將棋子放入圖中

