

分數除法

蕭淑娟 新竹市國小數學輔導團/新竹市南隘國小

楊善惠 新竹市國小數學輔導團/新竹市大庄國小

一、實施對象：六年級（☐一般班級 ☒攜手課輔班級）

二、教學目標

主 題	☒ 數與計算 ☐ 量與實測 ☐ 幾何 ☐ 代數 ☐ 統計與機率
相關分年細目(97)	N-3-10 能理解分數(含小數)除法的意義及計算方法，並解決生活中的問題。(修 N-3-03)
教學目標	1.能理解分數除法文字情境題的意涵。 2.能掌握分數除以整數的計算方法。 3.能掌握分數除以同分母分數的計算方法。 4.能掌握分數除以異分母分數的計算方法。 5.能掌握分數除以異分母帶分數的計算方法。

三、學習難點

「分數除法」在學習上對學生而言，應該無太大的困難，因為「分數」在二年級時就開始接觸，而「除法」在三年級就開始練習，然而當「分數」和「除法」這兩個概念結合在一起之後，就增加了其不易親近及不夠生活化的問題；在生活當中，孩子們不易接觸這類的問題，對於算式的模樣更是陌生。若是一位不具挑戰個性的學生，便會被「分數除法」給打敗。

個案學生佑佑在班上各科目皆表現不佳，時而遲到，時而因睡過頭而不來學校，各次定期評量成績表現在百分等級 10 以下，目前接受攜手計畫的學習輔導，故希望佑佑在小學畢業之前能學會分數除法的計算方法，以利於銜接國中數學的學習。在六年級下學期時，佑佑對分數除法的計算方法所能應用的情形如下：

$$3\frac{5}{9} \div 3\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

從佑佑的計算式中，可知其：

1. 知道「同分母的除法」計算方法，但習於大數除以小數。
2. 知道「帶分數」需化成「假分數」才能進行分數除法的計算。

分析其在分數除法計算方法尚無法運用之原因，有：

「分數除法」的學習困難	
1	對於「分數」的意義，沒有完整、正確的概念。
2	對於「分數除法」的意涵，尚無法理解。
3	無法掌握「約分」的解題策略。

四、補救教學內容處理：☐簡化 ☒減量 ☒分解 ☐替代 ☐重整

針對「分數除法」的學習困難，補救教學內容處理如下：

策 略	內容說明
簡 化	/
減 量	●將欲達成之目標簡化為「分數除法的計算方法」。
分 解	● 將欲達成之目標分解為幾個小目標，分開學習，例如： 第一階段：完成分數除以整數的計算題。 第二階段：完成分數除以同分母分數的計算題。 第三階段：完成分數除以異分母分數的計算題。 第四階段：完成帶分數除以分數的計算題。
替 代	/
重 整	/

五、教學規劃與實施

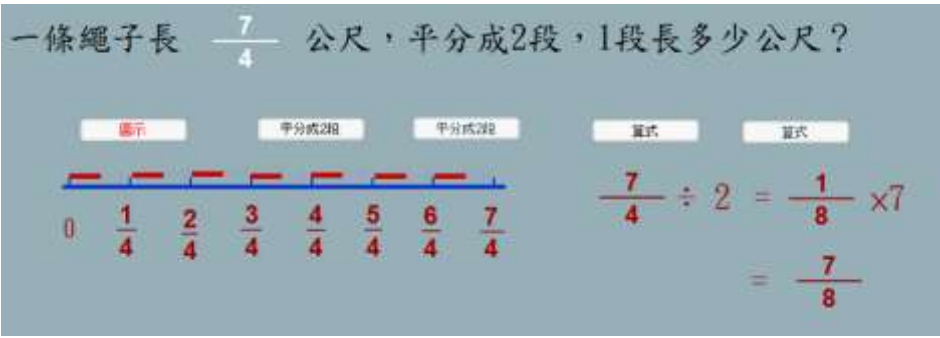
（一）設計理念

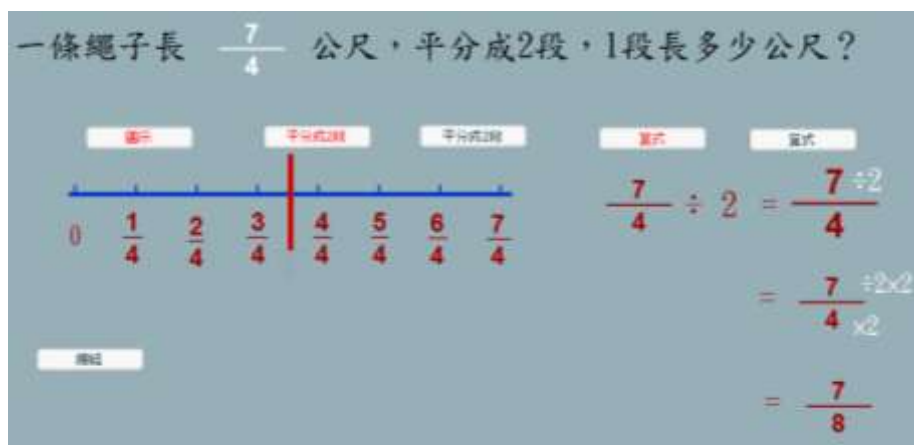
補救教學著重及時和適性，因此，筆者的補救教學規劃與實施主要分為兩個階段，首先針對個別學生之解題迷思進行分析，其次，採用「減量」、「分解」方式調整補救教學內容，最後以適度提供各種線索及提示 來進行補救教學。

(二) 教學活動

以「萬用揭示板」設計分數除法計算方式的教材(教材編號：3111)，運用教學元件中的數線、容器等圖解、移動的方式，適度提供各種線索及提示 來進行補救教學：

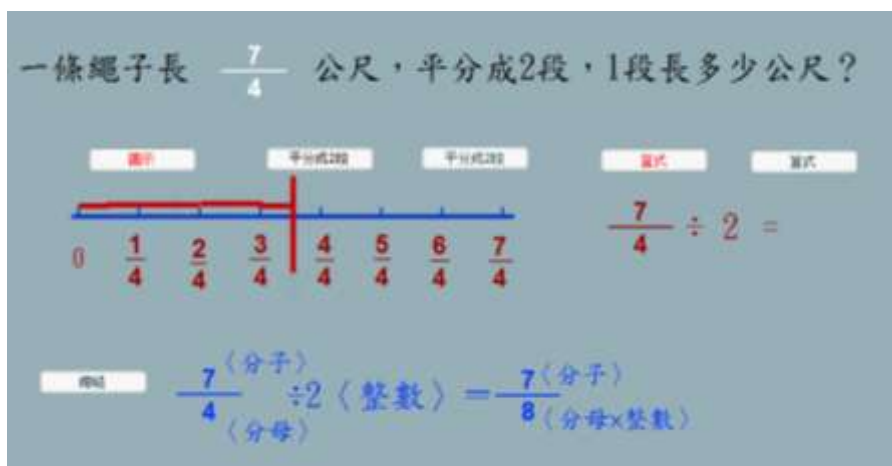
- (1) 透過數位教材的圖解及解說協助學生理解分數單位量的意涵。
- (2) 透過數位教材的圖解及解說協助學生理解分數除法與單位量間的關係。
- (3) 透過問話、數位教材的展示及操作圖形，協助學生思考分數除法算式中數字所代表的意義。
- (4) 協助學生清楚說出自己的計算過程中數字所代表的意義，發展後設認知能力。

主要問題與活動	說明及評量重點
●分數除以整數 圖解一：  一條繩子長 $\frac{7}{4}$ 公尺，平分成2段，1段長多少公尺？ 圖示：平分成2組 平分成2段 算式 算式 $\frac{7}{4} \div 2 = \frac{1}{8} \times 7 = \frac{7}{8}$ 1. 理解「$\div 2$」的意涵：把每一個 $\frac{1}{4}$ 成一半，為紅色線段，每一個紅色線段為「$\frac{1}{8}$」。 2. 7個紅色線段，共有7個 $\frac{1}{8}$。 3. 檢視算式，「$\div 2$」到哪兒去了？其意義是什麼？ 圖解二：	●學生能說出「$\div 2$」到哪兒去了？其意義是什麼？



1. 思考文字情境題應如何列式？再呈現算式。
2. 理解「 $\div 2$ 」的意涵：把 $\frac{7}{4}$ 成一半。
3. 把整個線段分成一半，是把「7 格」分成一半，還是把「 $\frac{1}{4}$ 」分一半？
4. 檢視算式，「 $\div 2$ 」到哪兒去了？其意義是什麼？

整合：



不論是圖解一的想法或式圖解二的想法，其計算所得結果是一樣的，因為對於「 $\div 2$ 」意涵的解釋是正確的。

書寫練習題：學生能說出自己的想法，並檢視自己的計算過程。

● 分數除以分數(同分母)

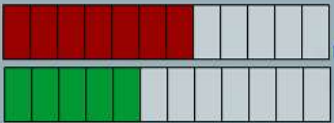
●「 $\div 2$ 」到哪兒去了？其意義是什麼？

●學生能察覺出想法正確，方式不同，所得結果是相同的。

●學生能察覺並說出圖形中的相同特徵(單位量)及其意涵。

紅色繩子長 $\frac{7}{12}$ 公尺，綠色繩子長 $\frac{5}{12}$ ，
紅色繩子的長是綠色繩子長的多少倍？

算式

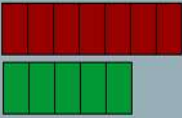


$$\frac{7}{12} \div \frac{5}{12}$$

1. 思考文字情境題應如何列式？再呈現算式。
2. 觀察同分母分數除法在圖形表徵中兩個分數的相同點為何？

紅色繩子長 $\frac{7}{12}$ 公尺，綠色繩子長 $\frac{5}{12}$ ，
紅色繩子的長是綠色繩子長的多少倍？

算式



$$\frac{7}{12} \div \frac{5}{12} = 7 \div 5$$

總結

7個 $\frac{1}{12}$ 除以 5個 $\frac{1}{12}$

3. 紅色線段和綠色線段的格子大小相同，表示什麼？
4. 因為單位量(分母)一樣大，我們可以只比較個數(分子)，就知道結果。

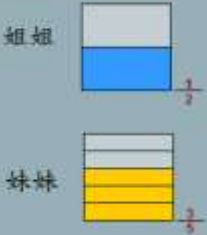
書寫練習題：學生能說出自己的想法，並檢視自己的計算過程。

● 分數除以分數(異分母)

姐姐喝了 $\frac{1}{2}$ 公升的水，妹妹喝了 $\frac{3}{5}$ 公升的水，
妹妹喝的水是姐姐的多少倍？

算式

通分



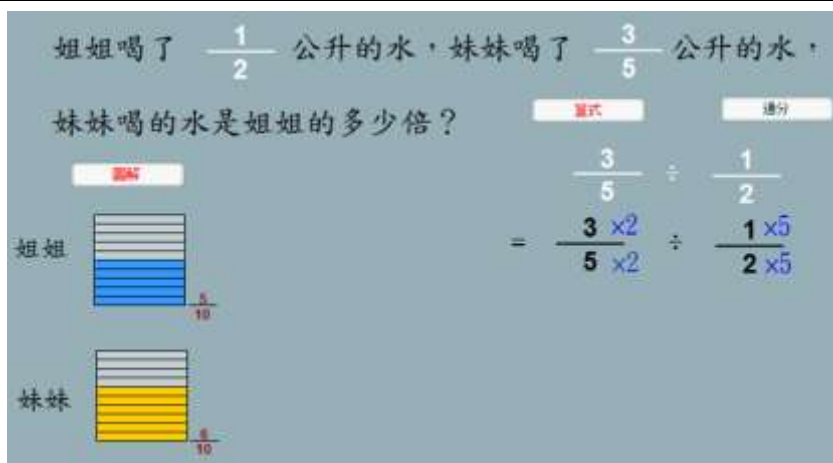
$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$$

1. 思考文字情境題應如何列式？再呈現算式。

●學生能說出自己的想法，並檢視自己的計算過程。

● 學生能運用先前所學，思考將異分母化成同分母的方法。

●學生能說出自己的想法，並檢



視自己的計算過程。

- 運用同分母分數除法的想法，思考異分母的分數除法可以怎麼進行。
- 觀察圖形表徵，理解「通分」的意涵。

書寫練習題：學生能說出自己的想法，並檢視自己的計算過程。

● 帶分數的分數除法



●學生能說出自己的想法，並檢視自己的計算過程。

- 思考文字情境題應如何列式？再呈現算式。
- 運用先前「分數除以分數」的計算方式，思考帶分數應如何應用同樣的計算思維。
- 說明「擴分」方法，被除數與除數分別擴分成同分母的分數。

書寫練習題：學生能說出自己的想法，並檢視自己的計算過程。

六、學生表現與教學省思

(一) 學生表現

佑佑經過補救教學之後，已較能掌握「分數除以分數」的題型之解題策略。
學生表現如下：

分數除以整數：

$\frac{2}{3} \div 8 = \frac{2 \times 8}{3 \times 8}$ $= \frac{2}{24}$	$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 3}{5 \times 3}$ $= \frac{4}{15}$	$\frac{14}{21} \div 7 = \frac{14 \times 7}{21 \times 7}$ $= \frac{14}{147}$ $= \frac{2}{21}$
$\frac{5}{9} \div 5 = \frac{5 \times 5}{9 \times 5}$ $= \frac{5}{45}$	$\frac{3}{12} \div 9 = \frac{3 \times 9}{12 \times 9}$ $= \frac{3}{108}$ $= \frac{1}{36}$	$\frac{5}{8} \div 5 = \frac{5 \times 5}{8 \times 5}$ $= \frac{5}{40}$
$\frac{14}{21} \div \frac{6}{21}$ $= \frac{14}{6}$	$\frac{8}{15} \div \frac{2}{15}$ $= \frac{8}{2}$	$\frac{7}{4} \div \frac{15}{4}$ $= \frac{7}{15}$

分數除以分數(同分母)：

分數除以分數(異分母)：

帶分數的除法：

$3\frac{5}{9} \div 2\frac{2}{3}$ $= \frac{28}{9} \div \frac{8}{3}$ $= \frac{28}{9} \times \frac{3}{8}$ $= \frac{49}{12}$	$5\frac{3}{12} \div \frac{7}{9}$ $= \frac{59}{12} \div \frac{7}{9}$ $= \frac{59}{12} \times \frac{9}{7}$ $= \frac{531}{84}$ $= \frac{177}{28}$	$2\frac{1}{3} \div \frac{7}{8}$ $= \frac{5}{3} \div \frac{7}{8}$ $= \frac{5}{3} \times \frac{8}{7}$ $= \frac{40}{21}$
--	--	---

帶分數的除法因數字較大，通分後更不易計算，此次未教授「約分」的概念及方法，因此未要求佑佑以最簡分數的形式呈現答案。

教學一週後

佑佑書寫四題練習題，其解法如下：

Four handwritten fraction division problems and their solutions:

- $\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = \frac{3}{40}$
- $\frac{14}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{14}{2} = 7$
- $\frac{4}{5} \div \frac{5}{6} = \frac{4 \times 6}{5 \times 5} = \frac{24}{25}$
- $3\frac{1}{2} \div 5\frac{1}{3} = \frac{7}{2} \div \frac{16}{3} = \frac{7}{2} \times \frac{3}{16} = \frac{21}{32}$

可知佑佑習於運用同單位量的分數除法算則，尚未接受除法變號的方法。因此，下一節分數除法補救教學應先進行「約分」的教學，再引入分數的除法算則。

(二) 教學省思

學生佑佑原本不清楚分數除法的意義，不知該如何計算，經由「萬用揭示板」的教材教學後，已逐步掌握分數除法的圖形表徵、計算的法則，其能運用的計算法則有二：

1. 能掌握「擴分」之計算法則
2. 能掌握「擴分成相同單位量」的計算法則

佑佑尚不能完全運用分數的除法算則(變號)之因：

1. 教學步驟太過緊湊：宜多些情境題及計算後，提醒佑佑在「通分」的過程中，是否有什麼發現？接著帶入分數除法(變號)計算法則，
2. 教學時間不足：此次教學及練習的時間共四十分鐘，若能再多一堂課的時間，學生學習的效果應會更佳。

七、學習資源參考資料

97 年數學學習領域課程綱要總綱。取自：<http://www.ntnu.edu.tw/>。

萬用揭示板。<http://163.21.193.5/>。