

三年級「分數」的教學與評量

胡錦芳/新北市榮富國小教師

分數在國小階段所代表的意涵及關聯性最廣，除了表示部分與全體的關係之外，未來分數還會發展為「小數」、「除法」、「比值」等的表示方法。在三年級時學童透過不同的情境了解真分數的意義，並學習比較分數的大小。本單元是四年級進行分數計算及應用的前置重要概念，也是奠定高年級學習小數、分數乘除計算及比與比值的重要基礎。

單元教材與數學教學簡介

三年級本單元的前置概念為認識「單位分數」，二年級時學生透過等分割的活動已學會單位分數的意涵(包含聽、說、讀、寫、做)；三年級分數的教學重點則是藉由連續量及離散量兩種不同的情境，了解真分數的意義。除了讓學生瞭解部分量與全體量單位之間的轉換之外，並利用單位分數的累加比較分數大小及簡單等值分數。

就本單元的內容而言，日常生活中學生最先接觸分數的觀念，是藉由平分蛋糕、糖果等的過程中觀察與體驗部分與整體的關係，因此操作及圖像表徵是不可缺少的活動，而「討論」也是個人在進行數學課時最常用的一種方式，無論是教師對學生的提問、追問，抑或是小組中學生與學生之間的對話過程，都可以幫助教師及學生分享彼此的想法，進而澄清概念。

焦點學習活動

三年級上學期分數的學習內容，已由二年級的單位分數提升至認識真分數，而低年級學生學習分數的困難是能說出分數數詞，但不了解分數所代表的意涵，因此本單元的學習活動除了透過繪本的導引，複習舊經驗幫助學生對單位分量的再建立之外，更希望藉由情境問題的討論嘗試讓學生發展策略來表達「 $\frac{1}{2}$ 個披薩」及「 $\frac{2}{4}$ 個披薩」之間的關係，做為認識簡單等值分數的前置活動。

形成性評量的構想

對於形成性評量，個人認為是教師在課室中所進行的評量活動，也就是教師教學一個段落後，利用討論、發表、操作、習題的練習等方式做為評量學生的工具，以隨時掌握學生的學習狀況，進而調整教學，幫助學生學習。

本次焦點學習活動，一開始先用口頭提問的方式問全體同學「說說看什麼是分數？」教師藉由學生的發表，檢視學生是否具備分數是等分的概念及了解單位分數是等分割後取1分的概念。接著透過繪本的故事內容探討 $\frac{1}{2}$ 個披薩與 $\frac{2}{4}$ 的個披薩關係，學生兩兩討論，教師行間巡視，觀察學生思考的歷程與成果，學生於討論後發表想法。

形成性評量與教學調整

依照原先規劃好的教案設計，首先以繪本導讀作為學習動機，接著應用故事中的情境問題，作為本單元焦點學習活動的評量構想，學生在學習的過程中除了展現在計畫中的反應之外，與同儕之間的討論互動中更交織出精彩的畫面如下：

• 重新釐清分數的意涵

分數的概念在二年級時已學習過簡單分數的意涵，但學生能說出分數是分子和分母，也會以 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 表示分數，但無法說出分母和分子所代表的意涵，因此花費較多的時間透過具體操作物及圖像表徵，協助學生舊經驗的再確認。安

• 強化單位量之間的轉換

教師以繪本導讀引起動機之後透過提問：「1個披薩平分成4塊，1塊是幾個披薩？」大部分學生對於1個披薩平分成若干塊，塊與個之間、片與之間的單位量轉換無法清楚，於是輔以簡報檔中的圖像動畫協助學童穩固概念。

• 以學生的學習節奏調整進度

本次焦點學習的初始設想是希望學生透過平分個物的操作及繪本情境的引導，強化單位分量的概念，接著將單位分量做為新的計數單位，例如一個披薩平分成4份，其中1份就是 $\frac{1}{4}$ 個披薩、 $\frac{2}{4}$ 個披薩就是2個 $\frac{1}{4}$ 個披薩，進而建立分數的數詞序列， $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{4}$ ……等。

計畫中如果學生具有累加單位分量的概念，那麼對於 $\frac{1}{2}$ 個披薩與 $\frac{2}{4}$ 個披薩是相等的關係，應該很快能夠觀察出來，接著就能順利地進行後續「一半的語言」及「等值分數」的教學活動，沒想到半數的學生不認為二者是相等的。為了想進一步了解學生的思維，因此調整教學進度，將節奏放慢下來，把問題留給學生討論，聽聽學生的想法。

形成性評量與促進學習

本單元焦點學習活動中及結束後，學生的學習有了不同的進展及變化：

• 提升問題解決能力

討論的目的是透過教師幫助學生澄清觀念，也是學生幫助學生吸收不同的解題方式，並重新發展對問題建立概念。對於 $\frac{1}{2}$ 個披薩與 $\frac{2}{4}$ 的個披薩是否相等的問題，在小組中呈現許多不同的解決策略。其中一位女學童用了畫圖的方式說明，認為 $\frac{1}{2}$ 個披薩就是四片中的兩片，再把這兩片都分成一半，所以比較小，他的夥伴不認同她的想法，因此她轉換具體物，用橡皮筋當做披薩說明，以增加說服力。有的學童用一半的語言說明 $\frac{1}{2}$ 個披薩和 $\frac{2}{4}$ 的個披薩是一樣的，還有的拿出分數拼板實際操作，整個數學課室熱絡起來。

• 增進溝通表達

以提問、追問及小組之間的討論做為形成性評量時，過程中學生為了能清楚地傳達自己的想法，不斷修正自己的用語及方法，除了概念再一次被澄清，相對地使用數學語言溝通的能力也跟著提升了。

• 拓展思考的亮點

和同儕產生互動的時候，學生能自由的表達意見，彼此說出他們的想法，為他們的思考解釋或辯護，在意見相左的狀況下，為了說服對方認同自己的看法，學生學習運用了不同的策略，而這些策略也是引發另一個思考及澄清的開始。

• 促進學習動機及潛能

學生在發表及討論時最能呈現他們對學習的參與度及熱忱，在討論時，學生彼此分享及說明的過程會讓許多低成就的孩子也有自信表達想法，而非成為課室中的客人。

• 激發想像與創造

數學在生活中的應用隨處可見，但在孩子的心像中課堂上所學的數學概念，是為了解決數學問題，甚少與生活結合；結束焦點學習活動後，在後續設計班旗的延伸活動中，學生能自行利用分數概念將各種圖案融入其中，發現數學的學習不再只是課堂上的計算與作業的練習，學生能自行利用分數概念將各種圖案融入其中，不但增加學習興趣，也提升了創造力。

反思與成長

就教學方面而言，第一次嘗試以形成性評量的觀點規劃課程，發覺形成性評量介入後，「計畫往往趕不上變化」雖然在課前已預先設計好教學活動，但隨著學生的反應及迷思，卻讓我在課堂上不得不調整教學節奏，更改教學進度，將原本計畫好的內容略作修改，開始聚焦在學生的學習上。另一方面，引入形成性評量後自己對於課程脈絡會更加仔細探討，期望引出學生更多的學習火花。

從評量方面來看，透過形成性評量可以立即了解學生的迷思概念，適時做補救或澄清。而設計好的形成性評量活動可以引發學生不同的思維，發展多元解題策略，因此如何設計好的提問及評量任務是個人在這次教學後深覺不足及仍須再加強的地方。

數學課室形成性評量活動設計(修正 II 版)

【基本規劃】

單元名稱	分數		
設計教師	胡錦芳	協同教師	無
實施班級	三年級	總節數	4
學習目標	在具體情境中初步認識分數，並進行同分母分數的大小比較		
學習脈絡	<p style="text-align: center;">簡要說明（學習要件 ABC...等：包含發展概念所用到的表徵、程序知識或能力類型）</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>A</p> <p>認識分數的意涵。</p> </div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>B</p> <p>在連續量的情境中理解分數。</p> </div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>C</p> <p>在離散量的情境中理解分數。</p> </div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>D</p> <p>在具體情境中進行同分母分數的大小比較並了解一半的語言。</p> </div> </div>		
活動規劃	教學節次 (日期)	學習要件	學習重點描述 (就學習要件進行較詳細的內容說明)
	第 1 節* (12 月 13 日)	A	藉由繪本「喔！披薩」的繪本內容，認識分數意涵及數詞。
	第 2 節 (12 月 14 日)	A	分數的聽、說、讀、寫、做。
		B	透過平分繩子的操作過程，認識單位分量與全體的關係。
	第 3 節* (12 月 18 日)	C	操作分數拼板，透過單位分數的累加，進行分數的大小比較，並了解一半的語言。
第 4 節 (12 月 24 日)	D	在離散量的情境中，藉由操作小立方塊，了解單位分量與全體的關係。	

註：各單元中兩節課是觀察重點（關鍵教學與評量的錄影），請在活動規劃中以*號註記。

【課室活動 A】(詳細規劃錄影兩節)

節次	學習要件	屬性	學習任務 (主要佈題)	學生學習 困難預測	預計的 評量活動
1	A	<input checked="" type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input type="checkbox"/> 問題解決	1. 複習舊經驗，小朋友說說看，什麼是分數？ 2. 教師提問：「喔！披薩的故事」中，提到了哪些分數？ 3. 教師依據故事情境內容與學生共同探討 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$ 所代表的意涵。 4. 教師利用簡報中的被等分割後的披薩圖示，請學生以分數回答。 5. 教師提問： 兩位客人點了一客披薩，切成一樣大小的四片，每位客人各吃了兩片。 一位客人說：「我吃了四分之二個披薩。」 另一位客人說：「我吃了二分之一個披薩。」 馬力歐說：「你們兩個說的都對。」 你認為呢？	1. 對分數的意涵無法清楚的了解。 2. 學生無法理解 $\frac{1}{2}$ 個披薩與 $\frac{2}{4}$ 個披薩的關係。	1. 口頭提問什麼是分數？ 2. 教師提問，學生兩兩討論能說出 $\frac{1}{2}$ 個披薩與 $\frac{2}{4}$ 個披薩的關係。
3	C	<input checked="" type="checkbox"/> 概念理解 <input checked="" type="checkbox"/> 程序知識 <input type="checkbox"/> 問題解決	1. 教師展示圓形分數拼板，並提問： 有一個披薩，老師把它平分成二份，其中的一份是多少？ 2. 如果把相同大小的一個披薩平分成 4 份，老師吃了其中的 1 份，是吃了幾個披薩，再吃 1 份，共吃了幾個披薩？	1. 無法從數詞的變化中了解一半的等值概念。	1. 知能道 $\frac{1}{2}$ 是一半的語言。 2. 能說出與 $\frac{1}{2}$ 相同量的分數。

		<p>3. 如果如果把相同大小的一個披薩平分成 6 份，老師吃了其中的 1 份，是吃了幾個披薩，再吃 1 份，又吃了一份，現在共吃了幾個披薩？</p> <p>4. 透過分數拼板的展示，教師提問：</p> <p>(1) 小朋友，你發現了什麼？小朋友能說出都是一個披薩的一半，或 $\frac{1}{2}$ 個披薩。</p> <p>(2) 說說看，你還可以找到哪些分數也會是 $\frac{1}{2}$？</p> <p>(3) 拿出附件，找找看哪些也有 $\frac{1}{2}$，畫上顏色，表示 $\frac{1}{2}$ 的量。</p>	<p>3. 找出與 $\frac{1}{2}$ 等量的分數拼板，$\frac{2}{4}$、$\frac{4}{8}$、$\frac{5}{10}$ 並將其塗上顏色。</p>
--	--	--	---

【課室活動 B】(詳細記錄評量活動)

節次	關鍵事件	形成性評量環			備註
		引出 (學生的學習證據)	詮釋 (教師對學生學習的詮釋)	行動 (詮釋後教師採取的行動或策略)	
1	a	大多數學生對於分數的意涵，以 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{4}$ 的數詞表示，只有一二位小朋友能說出分數是等分割後的量。	學生對分數的意涵並非很明確。	藉由繪本「喔！披薩」的繪本內容，釐清分數的意涵及認識 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ 的數詞與全體量的關係。	
	b	透過故事問題，半數學生無法理解 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ 個披薩的關係。	學生無法從問題中理解簡單等值概念。	透過圖示表徵及操作，澄清關係。	

3	c	透過單位分數的數詞累加，及分數拼板的呈現學生能察覺一半的語言與 $\frac{1}{2}$ 的關係。	多數數學生說出 $\frac{1}{2}$ 是一半的量，少數同學發現分子與分母在數字上的變化及規律性。	學生上台發表，說出其他相同的分數並找出相同分數的附件拼板，將相同的 $\frac{1}{2}$ 量塗上顏色。
---	---	--	---	--

【課後評量活動】

評量活動	日期	對應節次或學習要件	評量活動說明
練習單、作業習寫	12.25 12.26	一、二、三	依據上課的內容，認識分數數詞，並進行分數的讀寫。
學習單	12.28	一、三	用分數的概念設計自己王國的國旗。

四年級「三角形」的教學與評量

馬恬舒/新北市昌平國小教師

「三角形」屬於幾何的範疇，國小幾何課程在低年級強調形體的認識、探索與操作，但尚未能清楚形體的幾何要素，因此，形體的構成要素及其數量性質，是中年級的學習主軸。而高年級學童需經由形體的分割、拼合等操作，更進一步了解形體的性質並作推理思考，是故，本單元讓學童透過觀察及操作探索幾何形體，是中年級邁入高年級培養抽象推理及空間能力的重要單元。

單元教材與數學教學簡介

此單元的前置概念是「三角形的構成要素」，學生在二年級時已能由邊長關係，辨認簡單平面圖形與立體形體，對於基本形狀有初步認識，本單元主要是觀察三角形的「角」與「邊」，並依據邊角關係作三角形的分類及命名，藉以認識三角形的性質。

觀察及操作是學習幾何所不可或缺的重要活動，因此在教學時，筆者讓學生先利用教具製作三角形，因為唯有在製作的過程中，學生才能觀察、發現不同三角形的特徵，並在小組討論時交流、連結已學之三角形構成要素，進而利用邊角關係來分類，討論命名的方法。因此教學方向以操作為先，讓孩子們在操作中觀察，再利用小組討論、全班討論歸納統整想法。

學習活動的核心

在學習本節之前，學生在上一堂課利用扣條製作各式各樣的三角形，並於本節進行分類活動。學生要順利判斷哪些是同類型的三角形、哪些是不同類型的三角形，需憑藉舊經驗的連結——三角形的構成要素，方能順利判別。因此，本節的學習活動核心，便是在小組討論的過程中，對三角形構成要素有新的認識，並利用構成要素形成對三角形分類的概念。本節教學核心有三：

- 一、觀察三角形的三個邊，並用「邊」的關係分類及命名。
- 二、觀察三角形的三個角，並用「角」的關係分類及命名。
- 三、利用心智圖提升上位概念，分析三角形分類及命名的依據。

形成性評量的構想

筆者認為所謂的「形成性評量」就是在課堂中進行的評量活動，教師可以利用觀察、討論、發表、練習等方式評估學生的學習狀況，做為教學調整之參考。

本節課先進行三角形分類的形成性評量，學生此時透過小組討論，連結對形

體構成要素的先備經驗，觀察各種三角形的異同並進行分類，教師此時利用行間巡視了解學生的多元想法。本節課第二階段的形成性評量活動為三角形的命名，學生依據所觀察到的邊角關係命名已分好類別的三角形，教師檢視命名的合理性。

形成性評量與教學調整

透過操作、探究進行分類，並根據形體分類的特徵予以命名，是學習幾何概念缺一不可的步驟，而以形成性評量為主的教學設計，更能展現學生在分類及命名的過程中所具備數學概念的完備度，以下就分類活動的設計構想及課堂活動進行說明。

• 教具的選擇

欲進行分類活動，得先具備分類活動要用的物件，可用來作出三角形的工具很多，如扣條、吸管、釘板、圖卡，甚至是空白的紙也無不可，但各物件有其不同的特性，這些特性深刻影響分類活動的進行。以評量的角度思考，筆者最終目的希望學生能以心智圖統整分類方式，利用上位概念做思考的提昇，並與舊經驗——三角形的構成要素連結，因此，從「邊」或「角」分類便是決定的關鍵。

若利用釘板分類，能強化三角形有三個角的概念，但卻不易測量邊或角的大小；若利用三角形圖卡分類，撇除「顏色」易成為分類準則不談，則圖卡的角度大小容易成為觀察重點，但圖卡的來源是一大挑戰：學生習作附件的圖卡樣式太少，若教師自行製作恐曠日廢時；而使用扣條進行分類，「邊」的特性便彰顯出來，學生容易從中初步分出類別，以利後續的教學活動。

• 分類活動喚醒學生的舊經驗

由於學生拿來分類的各種三角形乃是利用扣條組合而成，筆者預想學生容易以「邊長」的性質進行分類思考，而較難以「角」的性質來分類，因此在本節課一開始復習三角形的構成要素時，便將三角形有「三個邊」、「三個角」、「三個頂點」寫於白板上，以便與之後的分類活動做聯繫。

果不其然，學生第一次分類時只分出四種三角形，分別為「二邊等長的三角形」、「三邊等長的三角形」、「有直角的三角形」及「沒有任何特徵的三角形」，顯示學生在分類時易受到扣條所突顯的邊長特質所影響，因此以邊等長的數量做為分類的判斷依據；除此之外，學生也察覺到可利用「直角」來分類，由此得出初步的分類結果。

但學生在學習此單元前已具備「角」的基本先備概念，知道依據角度大小可將角分類為直角、銳角及鈍角，因此，筆者根據學生的分類準則，與三角形構成要素「邊、角、頂點」連絡，要求學生判斷之前各是以什麼標準來分類，並提問：「除了直角以外，還有哪些角？」並請學生拿出任意一個的三角形，問學生「手中所拿三角形的三個角各是什麼角？」此時，學生的舊經驗終於被喚醒，開始發

現也可以經由角的大小來分類。經由小組討論後，各組也得出了另一個分類準則，察覺三角形亦可依角度的大小分為「三個角都是銳角」、「有二個銳角及一個鈍角」及「有一個直角及二個銳角」三種三角形。

形成性評量與促進學習

教師在課堂中進行的形成性評量，目的在於促進學生的學習，以下就課堂活動產生的學習變化做說明。

• 分類三角形的二種取向

銳角三角形、直角三角形和鈍角三角形的分類活動可利用二種方式來進行：一為找出最大角，並以最大角來命名；另一則是分別量出三個角的角度，再討論如何命名。

在設計此單元的教學時，筆者以利用「判斷三角形三個角各是哪一種角」的方式讓學生進行分類，希望學生能自行建構出分類的方式，而由於分類標準不盡相同——三角形內有一個角為直角，即為直角三角形；有一個角為鈍角，即為鈍角三角形；三個角都是銳角才是銳角三角形，因此認為學生對於銳角三角形、直角三角形和鈍角三角形的分類會有困難，但教學時卻發現學生能夠順利分類，因此將學習任務的重點改為討論如何命名。

• 命名的困難

此時的學習任務重點改為根據白板上所擺放的「三個角都是銳角」、「有二個銳角及一個鈍角」及「有一個直角及二個銳角」牌子來命名，當筆者問：「有二個銳角及一個鈍角的三角形要叫做什麼？」學生異口同聲的回答：「鈍角三角形。」此時為確認學生是否理解鈍角三角形的概念，反問「它有鈍角也有銳角，為什麼要叫做鈍角三角形？」時，大部分的學生卻靜默了，但後來有一位學生說明「它有二個銳角，但卻只有唯一一個鈍角，(鈍角)很難得，所以要叫鈍角三角形。」此說法引發學生思考「有一個直角及二個銳角」的三角形命名方式，而產生許多疑問，在經由小組討論後，學生統整發現：銳角三角形因為三角都是銳角，毫無疑問得稱為「銳角三角形」；而學生更發現直角三角形都是由一個直角、二個銳角組成，根據前面所述的「難得原則」，故稱為「直角三角形」，如此，總算完成了命名任務。

• 探究鈍角三角形的性質

在命名結束之後，為使學生更清楚鈍角三角形的概念，筆者便提問：「在你們製作的三角形中，為什麼最多只有一個鈍角？有沒有可能出現有二個鈍角的三角形呢？」此時，引發學生莫大的興趣，紛紛拿起手邊的工具試圖製作，有人拿出三角板比對一番、有人乾脆拿出紙筆畫畫看…數分鐘後，有學生在紙筆作畫的過程中找到答案，也有學生利用扣條示範，再次證明鈍角三角形只會有一個鈍

角，大家終於露出滿意的微笑結束了這堂課。

反思與成長

初次以形成性評量的觀點來設計教學，在教學設計的過程中，便會預想學生可能的解題方式及迷思概念，並據此完成教學教案設計。因此在教學時，關注的焦點便落在學生的學習上，筆者問話目的在於確認學生學會了什麼、還有哪裡不會，意圖落實以學習者為中心的理念，讓學生的學習成為課堂中最重要的事。

從評量方面來看，筆者多半透過學生發表的內容做為評量的依據，以形成性評量為觀點而設計的教學，在此便發揮其功用，使筆者可以確切了解學生的概念。話雖如此，在課堂上實際演練時仍發生小插曲：在命名時，因學生以等腰直角三角形做為「有一個直角」類別的示範，致使其他同學對命名產生疑惑，此經驗也讓我更深刻的體會到教學設計精緻度的重要性。

數學課室形成性評量活動設計(修正Ⅲ版)


【基本規劃】

單元名稱	三角形		
設計教師	馬恬舒	協同教師	無
實施班級	四年三班	總節數	5
學習目標	1. 認識並繪製基本三角形。 2. 認識平面圖形全等的意義。		
學習脈絡	簡要說明（學習要件 ABC...等：包含發展概念所用到的表徵、程序知識或能力類型）。 <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> A B C D E </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> 知道三角形的構成要素。 → 利用邊、角關係分類三角形 → 認識三角形的性質。 → 畫出基本三角形。 → 認識全等圖形。 </div>		
活動規劃	教學節次 (日期)	學習要件	學習重點描述 (就學習要件進行較詳細的內容說明)
	第 1 節* (12月5日)	A	1. 知道三角形有三個邊、三個角、三個頂點，並用扣條做出一個三角形。 2. 找出圖形中() 的三角形。 3. 利用扣條做出不同的三角形。
	第 2 節* (12月5日)	B	1. 利用三角形的「邊」來分類，並認識正三角形及等腰三角形。 2. 利用三角形的「角」來分類，並認識直角、鈍角及銳角三角形。 3. 認識等腰直角三角形。 4. 利用心智圖了解三角形的分類。
	第 3 節 (12月6日)	C	1. 利用量角器，發現正三角形的三個角一樣大。 2. 利用量角器，發現等腰三角形的兩底角一樣大，並做頂角和底角的命名。 3. 利用量角器，發現等腰直角三角形的頂角為 90 度，兩底角為 45 度。 4. 利用量角器，發現一組三角板含有一個直角三角形和一個等腰直角三角形。



	第 4 節 (12 月 10 日)	E	利用直尺和三角板繪製基本三角形。
	第 5 節 (12 月 11 日)	E	1. 透過疊合，了解平面圖形全等的意義。 2. 認識全等圖形的「對應頂點」、「對應邊」及「對應角」。

註：各單元中兩節課是觀察重點（重要學習要件的錄影），請在活動規劃中以*號註記。

【課室活動 A】（詳細規劃錄影兩節）

節次	學習要件	屬性	學習任務 (主要佈題)	學生學習 困難預測	預計的 評量活動
1	A	<input checked="" type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input type="checkbox"/> 問題解決	如何有順序的從圖形中 () 找出全部的三角形？	無法有結構性的找出所有的三角形。	在圖形上標示找出的三角形。
2	B	<input checked="" type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input type="checkbox"/> 問題解決	請把這些三角形分類。	1. 較難利用「角」的性質來分類。 2. 銳角三角形和直角、鈍角三角形的分類標準不同。(有一個直角/鈍角即為直角/鈍角三角形；三個都是銳角才是銳角三角形)。	1. 口頭提示除了直角之外，還學過哪些角？ 2. 學生分組討論後發表。

【課室活動 B】(詳細記錄評量活動)

節次	關鍵事件 a. 計劃性 FA-重要概念 b. 計劃性 FA-認知改變 c. 交互性 FA-認知改變 d. 交互性 FA-正向發展	形成性評量環			備註
		引出/注意 (學生的學習證據)	解釋/辨識 (教師對學生學習的詮釋)	行動/回應 (詮釋後教師採取的行動或策略)	
1	b	學生從圖形中找出三角形時有所遺漏。 	無法有結構性的找出所有的三角形。	1. 提示如何「有順序」的找出所有的三角形。 2. 請學生示範。	
2	c	有學生用 6 個扣條做出 1 個三角形。 	對「邊」的概念不清楚，認為二個直線接在一起也算是一個邊。	藉由在黑板上展示，發現 6 個扣條組成的三角形不易固定，而造成不是三角形的情況。	
	b	學生找出 3 種三角形的分類方式：有直角、二邊等長、三邊等長。	1. 未能理解是在利用「邊」或「角」的性質分類。 2. 只用特定角度(90°)分類。	告知學生是在用「邊」或「角」的性質分類，並讓學生檢視手中的三角形各有幾個銳角、幾個鈍角。	
	c	將有一個直角、二個銳角的三角形命名為「直角銳角三角形」。	受「等腰直角三角形」的影響，認為同時具備二種性質時以此為命名方式。	請學生討論「一個直角二個銳角」、「三個銳角」及「一個鈍角二個銳角」的命名方式並說明。	

【課後評量活動】

評量活動	日期	對應節次或學習要件	評量活動說明
畫出心智圖	12/5	A、B	依據上課時分類的內容畫出三角形的心智圖。

五年級「梯形面積和應用」的教學與評量

余純美/基隆市暖江國小教師

五年級梯形面積單元在教學前，學生已學過平行四邊形、三角形的面積計算，因此以平行四邊形面積概念透過操作發展出梯形面積的公式。

單元教材與教學簡介

面積是指某一封閉二維區域的大小，也是指一特定區域被數個單位量所覆蓋的程度。梯形面積教學前學生已有平行四邊形面積計算的先備知識，此單元主要內容從梯形和平行四邊形的面積關係發展，到梯形與平行四邊形的底和高之對應關係，再找出梯形的高並熟練梯形面積的計算，能理解梯形的底或高，對面積的影響，最後是梯形面積的應用，複合圖形的面積計算等脈絡。

讓學生實際操作，將兩個面積相等的梯形圖形透過旋轉、平移後合併成一平行四邊形，或是將一個梯形透過切割、翻轉、平移後合併成一平行四邊形，再找出平行四邊形的底和高，利用平行四邊形的面積公式推演出梯形的面積公式，有了梯形面積公式才能運用在複合圖形面積的計算。

焦點學習活動

平面幾何對學生而言是較困難的範疇，因無法直觀察覺或比較，需透過圖卡切割、重組活動的進行，讓學生找出梯形的底和高與平行四邊形的底和高之對應關係，才能推演到其他相似梯形，並畫出或找出不同梯形的高和底。

本節教學核心概念有二：

- 一、複合圖形的分解：對不規則的複合圖形圖形，加以分割、扣除或平移成規則圖形，再運用面積公式來解題。
- 二、複合圖形的合成：對複合圖形以移補、拼湊或平移成規則圖形，再運用面積公式來解題。

形成性評量的構想

幾何圖形的教學與評量，除了利用操作如分解、合成、複製…等，也可讓學生分組透過觀察、討論、發表來進行評量活動。本節課將規畫兩類型的複合圖形讓學生小組討論與解題。一類為複合圖形的分解，另一類為複合圖形的合成。

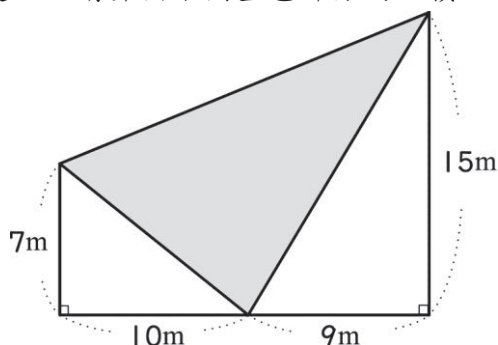
形成性評量與教學調整

課室評量中，當各小組發表時出現錯誤類型時，教師會立刻介入透過口頭提問，傾聽學生的回答，找出學生的錯誤或迷思，修正教學方式再教學。

舉例說明如下：

教師布題後，請各小組進行討論。

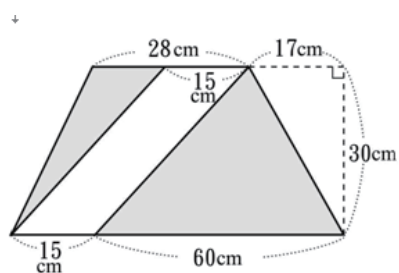
題目：請算出下圖塗色部分的面積



小組發表過程中，有兩組學生無法發現此圖是三個三角形所組合成的梯形圖形，有一組學生甚至提出說明表示資訊不足無法計算。教師了解學生的困難後，立刻請學生在另外兩個空白三角形上著色，完成後讓學生透過操作並將圖形向右旋轉 90 度，使圖形成一上底為 7 公尺、下底為 15 公尺、高為 19 公尺的直角梯形，再進行小組討論。

討論後小組再次發表，各組都能正確說出，此梯形圖是由三個三角形組合而成，其中有兩個直角三角形，將梯形面積算出來減掉兩個直角三角形面積，所得到的答案就是塗色部分的面積。完成後教師再布題來檢驗學生是否都已學會。

題目：請小組討論並算出塗色部分的面積？



討論過程中，學生發現有兩種解題策略：

- 一、將原圖形中左邊塗色部分圖形與右邊塗色部分圖形視為兩個三角形，再分別找出兩個三角形的底和高，便可計算出塗色部分的面積。
- 二、是將原圖形視為一個完整的梯形，計算出梯形面積後，減去白色的平行四邊形面積，便是塗色部分的面積。

學生在此題的表現上良好，多數學生選擇第二種解題策略作為他的解題方式。

形成性評量與促進學習

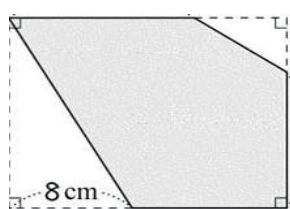
課室中的形成性評量設計得宜，將會促使學生主動學習，激發學生的潛能，以小組討論及上台發表方式進行，同時在小組發表過程中為檢驗各組的對錯，全班會再一次進行討論，針對小組發表的錯誤或不易理解處，提出修正與建議。

• 溝通、表達能力的提升，能啟發學生的思考能力

舉例說明如下：

教師布題後，請各小組進行討論。

題目：請算出下圖塗色部分的面積



各小組透過討論，發展出三種解題策略：

- 一、在圖形的對角線上進行切割，將原來圖形分割成兩個梯形，再進行解題。
- 二、圖形右上方與左下方補上直角三角形後，原圖會變成一個完整的長方形，再進行解題。
- 三、圖形右上方補上直角三角形後，原圖會成為一個梯形，再由小組共同解題。

第三種解題策略並不存在於教師預先的教學設計中，而是透過小組討論與發表後，所激盪出的另一種解題策略，這算是教師在評量過程中的另一種收穫。

反思與成長

幾何圖形的教學，學生在學習上常出現迷思，如果是非一般常見直立式的梯形，而是橫躺式的梯形，則學生是無法辨認出梯形的上底、下底和高。因此在形成性評量活動中教學者對此會特別加強。另外針對多數學生課堂中發生的迷思概念，也會在教學中的立即澄清並加以檢驗。

數學課室形成性評量活動設計(修正 II 版)

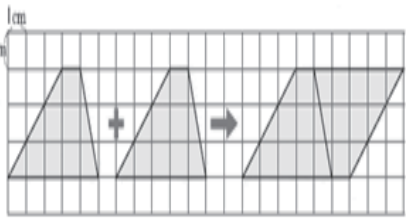




【基本規劃】

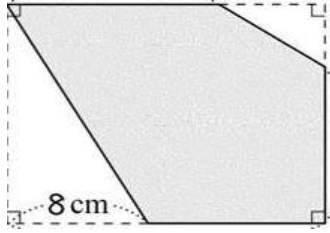
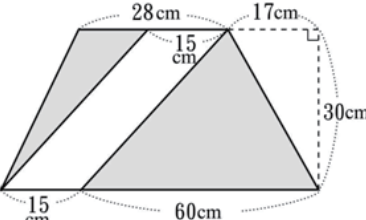
單元名稱	梯形面積和應用												
設計教師	余純美	協同教師	無										
實施班級	五年一班	總節數	6										
學習目標	能運用切割重組理解梯形的面積並運算。												
學習脈絡	<p style="text-align: center;">簡要說明（學習要件 ABC...等：包含發展概念所用到的表徵、程序知識或能力類型）</p> <table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">A</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">B</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">C</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">D</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">E</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">梯形和平行四邊形的面積關係。</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">梯形與平行四邊形的底和高之對應關係。</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">熟練梯形面積的計算。</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">理解梯形的底或高，對面積的影響。</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">複合圖形的面積計算。</td> </tr> </table>			A	B	C	D	E	梯形和平行四邊形的面積關係。	梯形與平行四邊形的底和高之對應關係。	熟練梯形面積的計算。	理解梯形的底或高，對面積的影響。	複合圖形的面積計算。
A	B	C	D	E									
梯形和平行四邊形的面積關係。	梯形與平行四邊形的底和高之對應關係。	熟練梯形面積的計算。	理解梯形的底或高，對面積的影響。	複合圖形的面積計算。									
活動規劃	教學節次 (日期)	學習要件	學習重點描述 (就學習要件進行較詳細的內容說明)										
	第 1 節 (12 月 7 日)	梯形和平行四邊形的面積關係。	將兩個全等的梯形拼成一平行四邊形，再用平行四邊形的面積公式，導出梯形的面積公式。										
		梯形和平行四邊形的面積關係。	將梯形切割、重組為平行四邊形，導出梯形的面積公式。										
	第 2 節* (12 月 10 日)	梯形與平行四邊形的底和高之對應關係。	透過圖卡切割、重組活動，察覺梯形的底和高與平行四邊形的底和高之對應關係。										
		找出梯形的高。	能畫出或找出不同梯形的高。										
	第 3 節 (12 月 11 日)	能簡記梯形面積公式。	梯形面積 = (上底 + 下底) × 高 ÷ 2										
		梯形面積的計算。	能辨識梯形的上底、下底和高，並計算出梯形面積。										
第 4 節 (12 月 12 日)	等底、等高的梯形面積。	理解等底、等高的梯形面積是相等的。											

		梯形的底或高之變化，對面積的影響。	理解梯形的底或高之變化，對面積的影響，例如：A、B 兩不同的梯形，當上底、下底之和相等時，B 的高是 A 的 2 倍，則 B 面積是 A 面積的 2 倍大。
	第 5 節* (12 月 13 日)	複合圖形的分解。	複合圖形通常為不規則圖形，對圖形加以分割、扣除或平移成規則圖形，運用面積公式來解題。
		複合圖形的合成。	對複合圖形以移補、拼湊或平移成規則圖形，再運用面積公式來解題。
	第 6 節 (12 月 14 日)	運用面積公式算出複合圖形的面積。	複合圖形面積的計算。

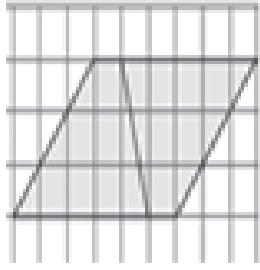
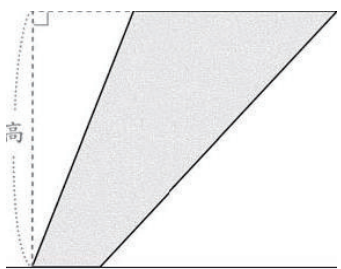
註：各單元中兩節課是觀察重點（重要學習要件的錄影），請在活動規劃中以*號註記。

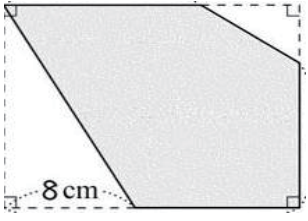
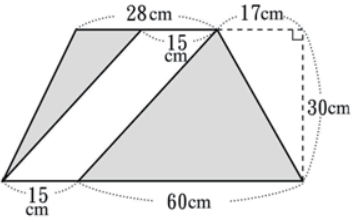
【課室活動 A】（詳細規劃錄影兩節）

節次	學習要件	屬性	學習任務 (主要佈題)	學生學習困難預測	預計的評量活動
2	梯形、平行四邊形的底和高	<input checked="" type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input type="checkbox"/> 問題解決	兩個相同的梯形所拼成的平行四邊形底是幾公分？高是幾公分？ 	兩個相同的梯形需翻轉才能拼成平行四邊形，學生對於翻轉圖形不易理解。	課堂上布兩題類似題，立即檢驗學生是否學會。2-P1
	梯形的高	<input checked="" type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input type="checkbox"/> 問題解決	能畫出或找出不同梯形的高。 (1)  (2)  (3)  (4) 	學生對於 (4) 小題的高會容易誤判，因它的高需作輔助線畫在梯形的外面。	課堂上布兩題類似題，立即檢驗學生是否學會。2-P2

5	複合圖形的分解	<input type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input checked="" type="checkbox"/> 問題解決	請各小組討論，如何透過移補、拼湊或切割方式來算出下面圖形的面積？ 	通常學生對於複合圖形用移補方式來算出圖形面積較不熟悉，預估學生會用切割方式來處理。	課堂上布兩題類似題，立即檢驗學生是否學會。5-P1
	複合圖形的合成	<input type="checkbox"/> 概念理解 <input type="checkbox"/> 程序知識 <input checked="" type="checkbox"/> 問題解決	請各小組討論，如何算出塗色部分的面積？ 	此圖形渴拼湊成一梯形或切割成兩個三角形，但學生較不易找到左邊三角形的高。	課堂上布兩題類似題，立即檢驗學生是否學會。5-P2

【課室活動 B】(詳細記錄評量活動)

節次	關鍵事件	形成性評量環			備註
		引出 (學生的學習證據)	詮釋 (教師對學生學習的詮釋)	行動 (詮釋後教師採取的行動或策略)	
2-P1	兩相同梯形翻轉拼成平行四邊形	 翻轉後的梯形學生無法判讀它的高。	幾何圖形無論是翻轉或平移對多數學生在學習是較困難。	給定與題目相同的圖形，透過操作和小組討論，讓學生發現右邊的梯形是左邊梯形的翻轉圖形，只是上底、下底改變位置。	
2-P2	找梯形的高	畫出梯形的高：  畫高如果需作輔助線，則學生會有迷思。	多數學生認為任何圖形的高一定是在圖形內部。	在梯形的上底、下底各做一條底邊的延長線，且兩延長線平行，讓學生討論兩平行線上垂直距離是否相等？再討論此垂直距離是否為梯形的高？	

5-P1	複合圖形的分解	<p>小組討論，如何透過移補、拼湊或切割方式來算出下面圖形的面積？</p>  <p>學生透過討論，發展出三種解題策略</p> <p>一、將圖形切割成兩個梯形。</p> <p>二、圖形右上方與左下方補上直角三角形後，成為一個長方形。</p> <p>三、圖形右上方補上直角三角形後，成為一個梯形。</p>	老師刻意將圖形的輔助線遮住，讓學生在訊息不足夠的情況下，討論解題策略，學生能找出三種解題方法，並且能很清楚說明。		
5-P2	複合圖形的合成	<p>小組討論並算出塗色部分的面積？</p>  <p>討論過程中，學生發現有兩種解題策略，一種是將左邊與右邊塗色部分視為兩個三角形，一種是將完整的梯形面積減去白色的平行四邊形面積。</p>	討論過程中，學生不易找出左邊三角形的高 30 公分。	讓學生透過操作，切割後再將兩個三角形合併成一梯形，再討論出原本兩個三角形的高相等，且長都是 30 公分。	

【課後評量活動】

評量活動	日期	對應節次或學習要件	評量活動說明
習作 p87	12/10	第 2 節	梯形與平行四邊形的底和高之對應關係。
習作 p89	12/13	第 5 節	複合圖形的分解與合成。