

生活中的線對稱圖形

王苑惠/臺北市文化國小教師

「對稱」是生活中常使用的語言，通常我們只要看到一邊有一個物件，另一邊大概的位置上也出現一個類似的物件，我們便會說「這是對稱」！漢聲出版《什麼是對稱？》是一本沒有故事情節的數學繪本，純粹運用一張張生活中圖片，帶領學童看到線對稱圖形，並且也介紹生活中的剪紙藝術以及科學的行星運轉等都與對稱有關。除了線對稱，書中另外介紹點對稱及面對稱，但由於時間不夠，而且也怕模糊焦點，因此，課程中並未介紹，僅引導學生課後自行閱讀。

與本繪本搭配的數學單元名稱即為「線對稱圖形」，單元中針對線對稱圖形進行完整的介紹，除了定義此類圖形外，還介紹了對稱邊、對稱點以及對稱角的概念，最後並且帶領學生繪製一個線對稱圖形。

數學單元與數學繪本

這本書《什麼是對稱？》從日常生活中隨手可見的圖片出發，如人的五官或蝴蝶、葉子，以及部分中國文字，書中具體在這些圖形中間畫出一條線，這條線將圖形平分成兩部分，且此兩部分的大小、形狀都相同，這樣的平均畫分稱為「對稱」，這條中線即為「對稱軸」。然而，因為將圖形平均劃分為兩部分的是一條線，因此，此類對稱名為「線對稱」。

對稱圖形常具有整齊、美觀以及安定等視覺效果，因此在生活上被廣泛地運用。本繪本中亦呈現傳統的窗花和剪紙藝術，此正是對稱在生活上的運用；另外，繪本中帶領學童看到平時常玩的傳接球活動，如果兩個人要達成一個成功傳接，則球移動的軌跡也必須是一個對稱，才不會讓接球的人前前後後的不斷移動；繪本亦介紹星球運行的軌道也是一個明顯對稱的例子。

課本與繪本的編織

教學的設計主要是以課本的內容為教學的主軸，但是考量繪本的呈現若是能夠補強課本的說明、強化學生的概念，或是接近學生的舊經驗，則擷取繪本的畫面穿插在課程中，透過不同的教學活動，來回穿梭於繪本與課本之間，希望能幫助學生達到最佳的學習效果。整個編配的比例，課本：繪本約為 6：4。

• 教學架構的設計

課本在引入對稱概念時呈現了線條豐富，色彩繽紛的圖片，但在視覺上卻不易聚焦；而繪本的圖案相對單純，因此教學活動設計時，決定先以課本的生活圖片作為引起動機的話題，接著再以繪本的圖片與解說，引導學童認識對稱圖形的

定義。然而，學生剛開始學習對稱圖形，是需要透過實際動手對摺來檢驗的，此時課本提供了大量附件讓學生可以操作，因此了解定義後便再回到課本的附件進行試驗。

另外課本中有一個要學生自己剪出對稱圖形的活動，雖然課本只要求學生剪出很簡單的幾何圖形，但繪本裡呈現的圖片較接近學生過去剪窗花的經驗，因此再回到繪本讓學生推測將一張色紙對摺後剪一些漂亮的圖形，攤開後會變成什麼樣子？先判斷後，再試著自己剪出一個對稱圖形。

課本的活動進行「認識對稱點、對稱邊和對稱角」，這是繪本中沒有涉及的內容，因此，完全回到課本進行教學。直到「繪製對稱圖形」時，我判斷可以引入繪本中一個稍複雜的戳洞實驗，引導學生在實際繪圖之前，更清楚在對稱圖形中，對稱軸的兩側的相對位置將會出現相同的圖樣。因此，教學又再次回到繪本討論這個實驗，然後才進入在方格紙上繪製對稱圖形的課程，如此整個單元的教學活動才告結束。

• 內容呈現的微調

課本在介紹線對稱圖形的編排由初淺到深入，由判斷認識到繪製圖形，其先後順序的編排設計的相當完整。因此，為搭配課本的教學目標，在繪本呈現時將部分內容刪減，而且運用的順序也因搭配課本而略作調動。

另一方面，繪本對於線對稱圖形的操作型定義是「摺疊後左右圖形的形狀和大小都相同」，我認為對於全等概念薄弱的學生有時較不易掌握，因此，在繪本一開始呈現時先以課本的敘述「摺疊後，兩邊能完全疊合」，這樣的敘述對學生較容易具體掌握。不過，並不是每個圖形都真的能拿起來摺，因此結合課本與繪本，在經過對摺實驗教學後，希望引導學生說出「對稱軸的兩邊形狀與大小均相同」，以此做為未來判斷線對稱圖形的依據。

生活語言 VS. 數學定義

「對稱」一詞是日常生活中會用到的語詞，對學生而言並不陌生，但是若要確切的說出其含意，卻又顯得有些含糊籠統，學生在使用這個語詞上容易似是而非，透過課堂上的討論與實作，幫助學生掌握精確的數學概念。

• 清楚掌握對稱的定義

教學時一開始，繪本畫面出現手繪的人體及人的臉部的簡化圖樣，圖片完全由線條組成，我引導孩子看到圖形兩邊是左右互相搭配的情形，此時，可能有學生已經預習，或是安親班已上過此課程，他一再提出「這沒有對稱！，他左手大拇指張開，右手卻沒有」，接著有同學也說：他的鼻子……，他的頭髮……，我讚賞他們觀察仔細，也趁勢說：「嗯，想想這些同學說的對不對？不過，我並沒說它對稱，只說它左邊有，右邊也有，圖形的兩邊是相配的。」

接著，我讓學童藉機想想平常口語會說對稱，但到底什麼是對稱？怎樣的情形才可以說是對稱？而數學上定義的對稱又是甚麼？大家同意繼續往下閱讀，來掌握正確的對稱意涵，後來繪本圖片呈現的是特殊處理過後的蝴蝶和葉片，以及國字「山」和「巨」，學童們慢慢說出「兩邊形狀和大小都相同」的定義。隨後，我們亦透過附件來落實這樣的對稱概念。

• 「對稱」常是人們所追求的完美

在單元課程最後的綜合活動中，選取若干學生的照片，事先運用電腦製作，將其半邊複製翻轉，取代另一半邊，並且與處理前的照片對照，讓學生看看兩者的不同，學生很明顯感受到平日我們常說人們的臉是對稱的，其實以數學的觀點，是有些許差異的，學生對於這樣的對照相當感興趣，但是礙於時間的關係，無法將每個人的對照圖一一呈現，於是提醒學童回去自己處理，比較前後的差異。

日前曾有一則新聞提到整形醫師眼中的完美臉蛋，我找到該圖片，運用相同的手法，將處理前後的照片並列呈現給學生，學生驚訝發現，前後差異不大，這正表示人們所追求的美麗，常常是具有對稱的協調美。

猜猜看，做做看

臆測，常是思考的開端。數學課堂上，過多平鋪直敘的解說總讓一些學童容易分心，此時，老師拋出一句「猜一猜」，往往能夠拉回學生的注意力。因此，在教學上我常會運用猜測的策略來引發學生的好奇心，驅使他們動腦思考。再者，本單元是個幾何的單元，具體物的操作對這階段的學童仍然相當重要。在閱讀此繪本時，讓學童動手去摺、剪，幫助學童確實理解對稱的概念。

• 猜一猜，想一想

「將色紙對摺，沿著摺線剪出一個圖形，猜一猜攤開來會是什麼樣？」，學生們七嘴八舌的發表，但是想法大致相同。接著老師又拋出另一個問題「同樣將色紙對摺，這次不沿摺線剪，而是轉 180° 從另一邊剪一個圖形，猜一猜，攤開來後會不一樣嗎？」這下子引起更大的討論。從不同的兩邊開始剪，大部分的學生知道肯定會有不同的結果，但是攤開來會如何，很多人並沒有把握，此時先不動手，讓學童透過既有的對稱與對稱軸相關的知識猜測結果，進一步釐清對稱軸的意涵，穩固對稱的概念。

我請學生分別針對這兩種剪法，畫下自己想像攤開來後的圖像，畫完後再想像把它摺回去的樣子。看到學生畫好，再擦、再修，我知道，學生正在動腦思考中。數分鐘後，實際拿紙張動手剪一剪，「哇，我猜對了！」，「原來如此！」……，此時，對錯已不重要，重要的是他們經歷過一段自我修正的歷程。

• 摺一摺，說一說

在進行「對稱軸有時不只一條」的活動時，很難只是紙上談兵，在圖形上畫一畫，學生不容易理解。此時，拿出課本的附件實際動手摺出對稱軸，學生實際感受尋找的技巧。課堂走查時，我也看到少部分學生需要透過嘗試錯誤，去尋找正確的摺法，雖然慢，但是卻能幫助他慢慢掌握尋找對稱軸的技巧，因此適當的等待是必要的。

我認為摺完之後的討論分享相當重要，聽一聽別人如何找到關鍵因素來決定從哪裡開始摺。「我先找到圖形的中心點，再在邊緣的地方找一個使左右兩邊對稱的點，這樣就可以摺起來了」、「摺多了，越找越快。」，不過學生們也發現了課本提供的附件，編排上是有些呆版的，有個學生說：「只要試摺，不是直的、就是橫的，不然就是斜的，通通只有這三種。」，學生一語道破課本編排印刷上的侷限，那附件上的圖片印刷在一個正方形的紙張上，擺得工工整整的，聰明的孩子即使不知對稱的意涵，也能因為很快掌握到取巧的技巧而摺出對稱軸，這也引發我省思：「下次要找些擺得歪歪斜斜的圖形，或是圓形外框剪裁不那麼工整的圖片來讓學生判斷。」

從籠統的生活語言過渡到數學思維

日常生活中當我們認定這個圖形是對稱時，我們心中，隱然有一條無形的線在圖中央，而這條線將圖形切分為二，兩邊的樣子大致上一模一樣，這是我們一般對於「對稱」概略的概念，然而，這其實是一種幾何的數學概念。運用繪本搭配課本，透過課程的探討，幫助學生將籠統的生活語言，轉化成精確的數學語言。

課本上雖選出了不少生活圖片如艾菲爾鐵塔、泰姬瑪哈陵、貓咪、蝴蝶.....等實物的照片，但是因為照片的線條細緻和色彩繽紛，在教學時訊息掌握較紛雜，視覺上較不易聚焦。而繪本前幾頁由日常生活常見的圖片開始，再到中國字，從左右兩邊相配導入，再引出兩邊大小形狀都要相同的確切定義，幫助孩子從籠統的生活詞彙，進入明確的數學定義。而且繪本圖片線條簡化，容易突顯對稱定義的訊息，再者，繪本內容讓學生看到對稱的特性，在藝術上、生活上以及科學上的呈現，刺激學童的思考，提供學童不同的學習視野。

數學課-教學規劃表

教學者	王苑惠	教學年級	五年級
數學繪本 (出版社)	繪本：什麼是對稱？ 出版社：漢聲 故事情境：■簡單 □豐富 □其他：_____ 數學概念：■布題 □解題 □其他：_____		
配合教學單元	◎康軒版，第六單元，單元名稱：線對稱圖形 ◎單元教學目標： 認識線對稱圖形，了解對稱軸、對稱邊、對稱點以及對稱角，最後並將未完成的線對稱圖形完成。 ◎繪本運用時機： 課本與繪本交錯使用。		
繪本數學概念 簡介	繪本介紹線對稱、點對稱與面對稱圖形，但因國小數學課程未涵蓋後兩項概念，因此閱讀時選擇刪除不談。		
繪本教學／各節重點			
節次	數學活動簡介	繪本概念	課本與繪本的教學構想 (課本：繪本=6：4)
1	準備活動看看說說 觀察課本 P. 78，說說看這些圖形有什麼特別的地方？	—	以課本為主： • 檢視課本 P. 78，要求學生透過直觀判斷，說出這些圖形的特點，作為本單元的熱身活動。
	活動一認識線對稱 先以直觀判斷線對稱圖形及其對稱軸，再討論操作型定義。	【P. 1~P. 7】 呈現數個線對稱圖形，再歸納出此類圖形的特徵，最後以「可用一條線平分此圖形」定義。	課本與繪本編織： • 從繪本中學會線對稱圖形的定義，並回到課本檢視 P. 78 是否符合大家所討論出來的線對稱圖形條件。另外，由於繪本對於線對稱圖形的定義是「摺疊後左右圖形完全相等」，繪本教學時改以課本的敘述「摺疊後，兩邊能完全疊合」，我認為對於全等概念薄弱的學生，課文的敘述較易判斷，因此略修改繪本中的定義。

	<p>活動二對摺實驗</p> <p>將課本附件圖形摺疊檢視，並討論。</p>	—	<p>以課本為主：</p> <ul style="list-style-type: none"> 取課本附件運用對摺試驗，檢視是否為線對稱圖形？
2	<p>活動三找尋對稱軸</p> <p>透過摺疊實驗，找出對稱軸。</p>	—	<p>以課本為主：</p> <ul style="list-style-type: none"> 透過討論分享，期望學生發現有些圖形摺法不只一種。亦即有些圖形會有數條對稱軸。
	<p>活動四剪出圖形</p> <p>首先只呈現對稱軸的一邊，先猜測另一邊的圖形。接著動手剪出簡單的對稱圖形。</p>	<p>【P. 8、P. 9】 推論不完整的線對稱圖形的另一半。</p> <p>【P. 14、P. 15】 了解線對稱圖形在剪紙藝術上的運用。</p>	<p>以繪本為主：</p> <ul style="list-style-type: none"> 前面均是檢驗既有圖形，現在先是自己實作一個簡單的圖形，再檢視，盼學生更能感受線對稱的意義。還有，P. 15 以後的內容與本單元主題無關，因此這本數學繪本教學只介紹到 P. 15。另外，由於繪本 P. 10~P. 13 內探討一個比較複雜的線對稱圖形，原先想捨去不上，後來想，雖然他們未必能完全理解繪本裡複雜的案例，但透過閱讀繪本，也讓學生跳離課本這些較單一，較片段的題目，提供學生不同的學習視野。因此，決定將這 4 頁內容安排在最後才介紹。
3	<p>活動五對稱點邊角</p> <p>透過疊合活動來認識對稱點、邊、角</p>	—	<p>以課本為主：</p> <ul style="list-style-type: none"> 回到課本教學活動，運用附件疊合圖形，介紹對應的點、邊、角。
	<p>活動六對稱軸特性</p> <p>了解對稱軸與對稱點連線之間的關聯</p>	—	<p>以課本為主：</p> <ul style="list-style-type: none"> 透過實作歸納出結論：對稱軸與對稱點的連線互相垂直；且對稱點到對稱軸的距離相等。
4	<p>活動七繪製圖形</p>	<p>【p. 10~P. 13】</p> <p>運用「對稱軸垂直平分對應點連線」的概念來</p>	<p>課本與繪本編織：</p> <ul style="list-style-type: none"> 通常線對稱圖形試驗時，我們只將紙張對摺一次，但繪本內容將紙張對摺兩次，因此讓學生自己動手依照繪本指示，做

		理解對稱圖形	出圖形，然後再討論他們的想法。最後回到課本案例，以稱軸垂直平分對稱點連線的概念，繪製線對稱圖形的另一半。
	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">綜合活動：找碴囉！</div> 將學生照片做對稱處理後，比對處理前後的差異。	—	<ul style="list-style-type: none"> • 選取若干學生的照片，將其半邊複製翻轉，取代另一半邊，並且與處理前的照片對照，看看兩者的不同。

